PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 10. 15. Mai 1905. Redaktionsschluß für No. 11 am 23. Mai 1905. 6. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

H. Th. Simon, Über die Dynamik der Lichtbogenvorgänge und über Lichtbogenhysteresis. S. 297.

W. Holtz, Über die Lichtenbergschen Figuren und ihre Entstehung. S. 319.

A. Gockel, Über eine Abänderung der Elster und Geitelschen Isolierhaken. S. 328.

J. Precht u. E. Stenger, Untersuchungen über die Grundlagen der Dreifarbenphotographie. S. 329.

J. Precht u. E. Stenger, Energiewerte der chemischen Strahlung hinter Dreifarbenfiltern. S. 332.

J. Precht u. E. Stenger, Strahlungsempfindlichkeit von Bromsilbergelatine gegen weißes, grünes und orangerotes Licht. S. 334.

Besprechungen:

F. H. Bigelow, Studien über die Zirkulation der Atmosphäre von Sonne und Erde. S. 336.

A. Fuhrmann, Aufgaben aus der analytischen Mechanik. I. 3. Aufl. S. 336.

V. Fischer, Vektordifferentiation und Vektorintegration. S. 336.

Personalien. S. 336.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Dynamik der Lichtbogenvorgänge und über Lichtbogenhysteresis.

Von Herm. Th. Simon.

1. Das Verhalten eines Leiterteiles in einem Stromkreise hat man sich gewöhnt, durch eine Invariante, den sogenannten Widerstand, charakterisiert anzusehen, die für jede an das Leiterstück angelegte Klemmenspannung e die schließliche stationäre Stromstärke i nach dem Ohmschen Gesetze $iw = e$ bestimme. Die Fruchtbarkeit dieser Betrachtungsweise hat dazu geführt, daß man sich von ihr vielfach auch in solchen Fällen nicht hat frei machen können, wo sie ihren Vorteil und sogar ihren Sinn mehr oder weniger verliert. Je mehr solche Fälle in der Neuzeit Bedeutung gewonnen haben, desto mehr ist es angebracht, sich darüber klar zu werden, daß das Ohmsche Gesetz praktisch nur als Interpolationsformel mit begrenztem Anwendungsbereich gelten kann; daß vielmehr eine andere allgemeinere Betrachtungsweise besser geeignet ist, als Grundlage für die Behandlung der praktischen Leitungsprobleme zu dienen.

Eine solche allgemeingültige Betrachtungsweise von einer noch lange nicht genügend erkannten Fruchtbarkeit hat man in der Darstellung des Verhaltens eines Leiterteiles durch seine sogenannte Charakteristik, $e = f(i)$; d. h. der in jedem Fall experimentell zu ermittelnden Abhängigkeit zwischen Klemmenspannung e und Stromstärke i. Im allgemeinen empfiehlt es sich, diese Charakteristik graphisch als „charakteristische Kurve" darzustellen; in besonderen Fällen läßt sich dieselbe durch eine analytische Funktion darstellen; im einfachsten Spezialfalle ist sie eine durch den Koordinatenanfangspunkt gehende gerade Linie von der Gleichung $iw = e$, d. h. in diesem Spezialfalle ist die Anwendung des Ohmschen Gesetzes von Vorteil.

Das Verfahren der charakteristischen Kurven hat man zuerst in erfolgreichster Weise angewendet, um das Verhalten von solchen Leiterteilen zu übersehen, die von der Stromstärke abhängige E.M.K.K., wie Dynamomaschinen oder Akkumulatoren, enthalten, weil sich eben dort zuerst die Unzulänglichkeit des Ohmschen Gesetzes in seiner gewöhnlichen Anwendungsweise aufdrängte. Dann sind neuerdings die Erscheinungen der Elektrizitätsleitung in Gasen durch die Methode der charakteristischen Kurven sehr gefördert worden. Namentlich hat W. Kaufmann[1]) in einer grundlegenden Untersuchung die Fruchtbarkeit derselben für die Gasentladungsvorgänge dargelegt und in die Kompliziertheit dieser der alten Auffassung immer wieder spottenden Vorgänge diejenige Klarheit gebracht, die zu ihrer experimentellen Bewältigung erforderlich ist, und die man in der früheren Literatur darüber meist vergeblich sucht.

Die folgende Untersuchung unternimmt es, die Lehre von den charakteristischen Kurven nach einigen Richtungen zu erweitern und auf der gewonnenen Grundlage ein Verständnis der Lichtbogenvorgänge zu gewinnen, wie es bisher nicht vorhanden war.

2. Es seien zunächst die Grundsätze der Lehre von den charakteristischen Kurven zusammengestellt.

Mißt man Stromstärke i und Klemmenspannung e an verschiedenen Leitern, z. B. etwa einer Kohlenfadenglühlampe, einer Tantallampe und einem Nernstschen Glühstifte und stellt die Resultate graphisch dar, so erhält man ganz ver-

1) W. Kaufmann, Ann. der Physik (4) **2**, 158, 1900. — Göttinger Nachrichten S. 243, 1899.

schiedene Typen von Kurven (siehe Fig. 1, I u. II; u. Fig. 5). In ihrem Anfange lassen sich die beiden ersten durch eine gerade Linie ersetzen, die durch O geht, und ihr durch $iw = e$ definierter Widerstand w genügt dort, um ihr Verhalten als Teil eines Stromkreises zu übersehen. Allgemein ist das überall dort der Fall, wo $\frac{de}{di} = \frac{e}{i} = w$ ist. Auf die durch diese Festsetzung gegebenen Grenzen ist die Zweckmäßigkeit dieser Formulierung beschränkt. Sie läßt sich auch noch bis zu einem gewissen Grade für die durch höhere Stromstärken definierten Fälle anwenden, wenn man den Widerstand als Funktion der Temperatur kennt.

Da sich diese Temperatur in einer von den jeweiligen Bedingungen sehr kompliziert abhängigen Weise mit dem Strome selbst ändert, so gestattet für diese Fälle das Ohmsche Gesetz nur in sehr umständlicher Weise zu übersehen, welchen Strom eine gegebene Klemmenspannung durch den Leiter zu treiben vermag. Die durch $iw = e$ gleich definierte Größe w ist eben keine Invariante mehr, sondern sie ist eine komplizierte Funktion der Stromstärke und der besonderen Zustände des Leiters; darum ist es in solchen Fällen zweckmäßiger, mit der charakteristischen Kurve zu operieren, die auf jede praktisch zu stellende Frage eine einfache Antwort gibt.

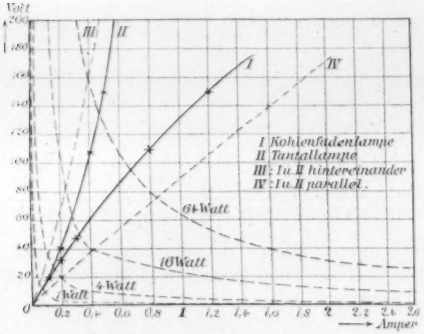


Fig. 1.

Es werden jetzt zwei Leiterstücke von gegebenen Charakteristiken hintereinander geschaltet: als Ganzes betrachtet liefern sie offenbar eine Charakteristik, die sich durch Addition der Ordinaten beider Teilcharakteristiken ergibt (Prinzip der Hintereinanderschaltung der charakteristischen Kurven). Ebenso ergibt sich die Gesamtcharakteristik parallel geschalteter Leiterstücke durch Addition der zu gleichen Ordinaten (e-Werten) gehörigen Abzissenwerte (Prinzip der Parallelschaltung der charakteristischen Kurven).

Man kann so aus beliebigen Teilcharakteristiken die Charakteristik irgendeiner Kombination von Leiterteilen graphisch konstruieren.

Als Beispiel sind in Figur 1 die Charakteristiken einer Kohlenfadenlampe (I) und einer Tantallampe (II) sowie der beiden Lampen in Hintereinanderschaltung (III) und Parallelschaltung (IV) aufgenommen. Die Parallelschaltung ergibt einen so gut wie geradlinigen Verlauf, also eine Kombination, die einen von der Strombelastung unabhängigen Widerstand hat. Man könnte dasselbe auch durch Hintereinanderschaltung geeigneter Fadenlängen beider Lampen erzielen.

Die in das Diagramm (vergleiche Fig. 1) eingezeichneten Leistungshyperbeln geben in bekannter Weise den Wattverbrauch in jedem Falle.

Ist irgendein Leiterteil von bekannter Charakteristik $e_1 = f_1(i)$ mit einem Leiterteil von ebenfalls bekannter Charakteristik $e_2 = f_2(i)$ und einer E.M.K. E zu einem Stromkreise verbunden, so stellt sich ein stationärer Zustand i des Stromes her, und es gilt für dieses Gleichgewicht die Beziehung $E - e_2 = e_1$, wo e_2 und e_1 die zu dem Gleichgewichtsstrome i gehörigen, aus den charakteristischen Kurven zu entnehmenden Spannungswerte sind.

Schreibt man statt $E - e_2 = e_1$

$$E - [f_2(i)]_i = [f_1(i)]_i$$

$[f_1(i)]_i$, $[f_2(i)]_i$ die Werte der Ordinaten

zum Strome i, so erkennt man:

i wird graphisch durch den Schnittpunkt S der Kurven $f_1(i)$ und $E - f_2(i)$ gefunden (siehe Fig. 2).

Zieht man zu jeder der Charakteristiken f_1 und f_2 die Leistungshyperbeln (siehe Fig. 2), so ergeben die beiden im Schnittpunkte S sich schneidenden Hyperbeln die Anteile der im Stromkreise verbrauchten Leistungen, die auf jeden der beiden Teile des Kreises entfallen.

In dem praktisch wichtigen Falle, wo $f_2(i)$ eine gerade Linie, der zweite Stromteil also ein Vorschaltwiderstand ist, der innerhalb der Versuchsgrenzen konstant bleibt, wird $E - f_2(i)$ ebenfalls eine gerade Linie, die wir die Widerstandslinie nennen wollen.

Ist in diesem Falle die Charakteristik $f(i)$ des Leiterteiles 1 gegeben, so ergibt sich demnach das Stromgleichgewicht zu einer mit Vorschaltwiderstand w wirksamen E.M.K. E, indem

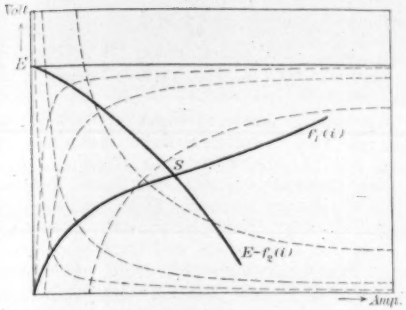


Fig. 2.

man von dem Punkte E der Ordinatenachse die Widerstandslinie so zieht, daß $\operatorname{tg}\alpha = w$ ist. Der Schnittpunkt S definiert dann den schließlichen Strom und die an dem Leiterteile 1 herrschende Klemmenspannung (siehe Fig. 3).

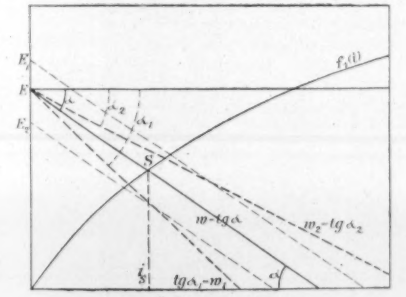


Fig. 3.

Die Wirkung einer Änderung von E ergibt sich durch die Schnittpunkte S, die auftreten, wenn man die Widerstandslinie sich selbst parallel verschiebt. Die Wirkung einer Änderung von w, wenn man die Widerstandslinie um den Punkt E sich drehen läßt.

Es gibt nun Fälle, worauf zuerst W. Kaufmann[1]) aufmerksam gemacht hat, wo gewisse Schnittpunkte S einen labilen Gleichgewichtszustand des Stromkreises darstellen, die darum nicht dauernd realisierbar sind. Versucht man sie herzustellen, so ändert sich der Stromzustand alsbald sprunghaft, bis er ein stabiles Gleichgewicht findet. W. Kaufmann hat so in einfachster Weise eine Reihe merkwürdiger Gasentladungsvorgänge beherrschen gelehrt, so z. B. den Übergang der stillen Entladung in die Glimmlichtentladung, der Glimmlichtentladungen in den Lichtbogen u. a. m. Ich selbst werde an anderer Stelle darlegen, daß sich in dieser Weise die Erscheinungen der sogenannten Radiokonduktoren nach einem allgemeinen Prinzip übersehen und physikalisch bearbeiten lassen.

W. Kaufmann hat für eine Gasentladungsstrecke mit konstantem Vorschaltwiderstand bei konstanter E.M.K. E die Bedingung entwickelt, durch die ein Gleichgewichtspunkt S als stabil oder labil zu erkennen ist.

In etwas anderer und allgemeinerer Weise findet man sie folgendermaßen:

Für jeden Gleichgewichtspunkt S gilt

$$f_2(i) + f_1(i) = E, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

d. h. also, die E.M.K. E hält der Summe der Gegenspannung e_2 und e_1 der Leiterteile das Gleichgewicht.

Wenn jetzt bei einer Variation nach i, d. h. einer virtuellen Verrückung des Schnittpunktes S parallel zur Abszissenachse die linke Seite der Gleichung (1) größer wird, so heißt das, es kann diese virtuelle Verrückung nur durch Zufügung einer Hilfsspannung erreicht werden, d. h. sie kann nicht von selbst eintreten. In diesem Falle hätten wir also stabiles Gleichgewicht.

Die Bedingung der Stabilität erfordert somit

$$f_2 + f_1 + \frac{\partial f_2}{\partial i} + \frac{\partial f_1}{\partial i} > E,$$

woraus, da $f_2 + f_1 = E$,

$$\frac{\partial f_2}{\partial i} + \frac{\partial f_1}{\partial i} > 0$$

als Bedingung der Stabilität,

$$\frac{\partial f_2}{\partial i} + \frac{\partial f_1}{\partial i} = 0$$

als Bedingung des indifferenten Gleichgewichts,

$$\frac{\partial f_2}{\partial i} + \frac{\partial f_1}{\partial i} < 0$$

als Bedingung des labilen Gleichgewichtes folgt. In unserem charakteristischen Diagramm bedeutet $\frac{\partial f_1}{\partial i}$ den Winkel, den die im Sinne des wachsenden i positiv gerechnete Tangente an den betreffenden Punkt der Kurve f_1 mit der positiven i-Achse bildet. $\frac{\partial f_2}{\partial i}$ den Winkel, den die im Sinne des wachsenden i positiv gerechnete Tangente an den betreffenden Punkt der Kurve f_2 mit der positiven E-Linie bildet. Die ersteren Winkel sind positiv, wenn sie von der Abszissenrichtung aus durch Linksdrehung, die letzteren, wenn sie durch Rechtsdrehung

1) W. Kaufmann, l. c.

gewonnen werden. Diese Gegensätzlichkeit liegt in der Natur unseres graphischen Verfahrens begründet, welches $f_2(i)$ mit entgegengesetztem Vorzeichen wie $f_1(i)$ (mit E zu der Gegenkraft $E - f_2(i)$ vereinigt) berücksichtigt. Fig. 4 zeigt einige typische Fälle:

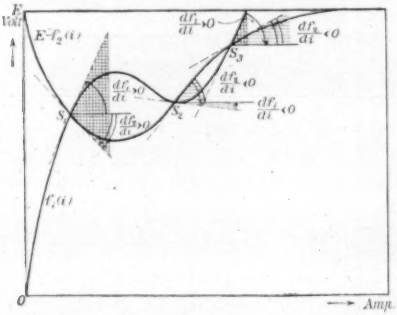


Fig. 4.

Schnittpunkt S_1 ist stabil, da sowohl

$$\frac{\partial f_1}{\partial i} \text{ wie } \frac{\partial f_2}{\partial i} > 0,$$

S_2 labil, da beide negativ, S_3 stabil,

da $$\frac{\partial f_1}{\partial i} > 0 \text{ und } \frac{\partial f_2}{\partial i} < 0,$$

aber $$\frac{\partial f_1}{\partial i} - \frac{\partial f_2}{\partial i} > 0$$

übrig bleibt. Die Schraffierung (# positiv und ≡ negativ) der Winkel veranschaulicht das Gesagte.

Als Beispiel seien in Figur 5 die Verhältnisse an dem bekannten Falle eines Nernststiftes mit Vorschaltwiderstand erläutert.

Der Glühstift soll mit 0,8 Amp. belastet glühend gehalten werden. Dazu ist, wie das Diagramm zeigt, mindestens eine Spannung von 200 Volt erforderlich, und ein entsprechend großer Vorschaltwiderstand, weil sonst der Schnittpunkt S nicht der Stabilitätsbedingung genügt. Man könnte auch mit niedrigeren Spannungen und geeigneten Widerständen den Schnittpunkt S erreichen, indem man durch einen Spannungsstoß die Widerstandslinie vorübergehend im Sinne der wachsenden E verschöbe. Dann würde indessen der Nernststift durchbrennen, weil jetzt der Schnittpunkt S labil wäre und der Strom über ihn hinaus zu einer die zulässige Beanspruchung überschreitenden Stromstärke wachsen würde. Solche Spannungsstöße in den Netzen bewirken zuweilen eine plötzliche Zerstörung der Glühstifte aus eben dem genannten Grunde. Das Diagramm läßt in jedem Falle die höchst zulässige Spannungsschwankung erkennen, wenn man zu der Widerstandslinie der normalen Spannung diejenige Parallele zieht, die die Charakteristik tangiert. (Siehe Figur 5.)

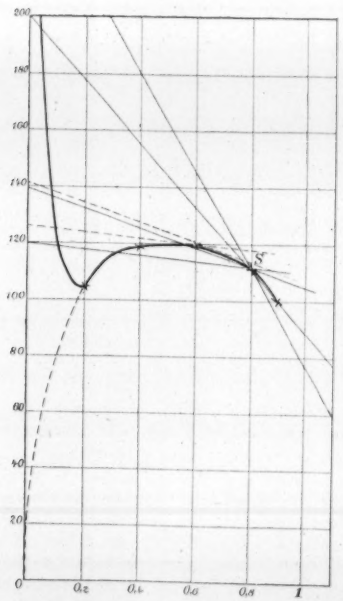


Fig. 5.

Man erkennt auch, daß, je höher die gewünschte Strombeanspruchung, desto höher die erforderliche Betriebsspannung und der erforderliche Vorschaltwiderstand. Die nach Figur 2 zu konstruierenden Leistungshyperbeln ergeben die Verteilung der verbrauchten Leistung auf Vorschaltwiderstand und Glühstift. Da theoretisch die Lichtausbeute mit zunehmender Strombelastung schnell einem Maximalwerte zustrebt, andererseits nach dem Diagramm mit wachsender Betriebsspannung die im Vorschaltwiderstande verwüstete Leistung ins Unendliche wächst, so gibt es theoretisch ein Optimum von Strombelastung. Bei einer Steigerung darüber hinaus würde der Gewinn an Lichtausbeute überkompensiert von dem wachsenden Energieverlust im Vorschaltwiderstand.

3. Figur 6 stellt schematisch die Charakteristik einer Gasstrecke dar, wie sie aus zahlreichen Beobachtungen hervorgeht. Wendet man die in 2. dargestellten Prinzipien auf einen Stromkreis an, der aus einer solchen Gasstrecke, einem Vorschaltwiderstand und einer E.M.K. besteht, so erklären sich, wie zuerst W. Kaufmann[1]) zeigte, folgende Erscheinungen: E werde bei konstantem Vorschaltwiderstand langsam

1) W. Kaufmann, l. c.

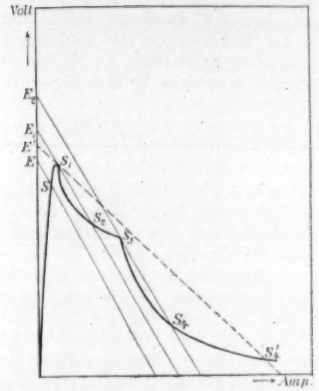


Fig. 6.

vergrößert, so verschiebt die Widerstandslinie sich selbst parallel und der Schnittpunkt S durchläuft alle Punkte der Charakteristik. Zunächst vermag auch eine hohe Spannung nur einen verschwindenden Strom durch die Gasstrecke zu senden. Sobald aber die Widerstandslinie in S_1 Tangente an die Charakteristik wird, geht das stabile in das labile Gleichgewicht über und die bisher stille Entladung springt in die Glimmentladung der stabilen Lage S_2 über; eine bestimmte Spannung vermag jetzt einen weit größeren Strom überzuführen, als im Falle der stillen Entladung. Wächst E weiter, so erreicht die Widerstandslinie in S_3 abermals ein labiles Gleichgewicht und die Entladung springt in die durch S_4 stabil definierte Lichtbogenentladung über. Man sieht, wie die Neigung der Widerstandslinie, d. h. der Widerstand w, im besonderen Falle die Punkte $S_1 \cdots S_4$ definiert. Ist sie, d. h. ist der Widerstand, klein, so wird die Entladungsform aus S_1 unter Übergehung des Glimmstromzustandes in S'_4 überspringen. Das ist stets der Fall bei der sogenannten Funkenentladung eines Leydener Flaschensystems, wie sie zur Erzeugung elektrischer Schwingungen benutzt wird.

Der spezielle Verlauf der Charakteristik wird in Anlehnung an das gegebene Schema in mannigfacher Weise von den näheren Umständen der Gasentladungsstrecke modifiziert; namentlich wird das Gebiet des Glimmstromes mit wachsendem Gasdruck mehr und mehr gegenüber dem des Lichtbogens zurückgedrängt, so daß es bei Atmosphärendruck so gut wie gar nicht zur Geltung kommt. Näher braucht hier nicht auf die Einzelheiten eingegangen zu werden.

Über die physikalische Ursache dieses Verhaltens der Gasentladungsstrecken gibt die Ionentheorie der Gasentladungen folgenden Aufschluß[1]): Zunächst, im natürlichen Zustande der Gasstrecke sind nur wenige Ionen in derselben vorhanden, die die Leitung übernehmen, es kommt daher auch unter dem Einflusse einer großen Potentialdifferenz nur ein kleiner Strom zustande. Schließlich unter dem Einfluß sehr großen Spannungsgefälles erhalten die vorhandenen Ionen soviel kinetische Energie, daß sie beim Zusammenstoß mit neutralen Molekülen diese durch Ionenstoß zu ionisieren vermögen, die Leitfähigkeit und der Strom wachsen entsprechend, die Spannung sinkt und das Glimmstromphänomen setzt ein; immer aber sind es noch die Ionen des Gases der Strecke allein, die die Entladung tragen. Mit zunehmendem Strome erwärmt sich die Strombahn und erwärmen sich die Ansatzstellen der Stromfäden an den Elektroden, die Krater, zu einer in jedem Falle als Gleichgewicht zwischen Wärmezufuhr und Wärmeverlust definierten Temperatur. Bei einer im übrigen von Elektrodenmaterial abhängigen Temperatur treten die auch sonst wohlbekannten glühelektrischen Phänomene auf, d. h. die negative Elektrode läßt jetzt in ergiebigem Maße Elektronen austreten, die nun abermals eine gesteigerte Ionisation, also größeren Strom bei kleinerem Spannungsabfall bewirken; gleichzeitig verdampfen die Elektroden, der Elektrodendampf wird Träger der Entladung. Der wachsende Strom wird schließlich begrenzt durch den Vorschaltwiderstand w - nach unserer Beziehung $E - iw = e_2$. Wenn sich die Entladung im Dampfe des Elektrodenmaterials selbst abspielt, haben wir das eigentliche Lichtbogenphänomen.[2])

4. Eine genaue Kenntnis der Lichtbogenerscheinungen erfordert demnach zunächst eine genaue Ermittelung der Lichtbogencharakteristik. Der spezielle Verlauf derselben hängt, wie die zahlreich vorliegenden Messungen beweisen, von einer ganzen Anzahl von Bestimmungsstücken ab, wie Bogenlänge, Material der Elektroden, Art, Temperatur und Druck des umgebenden Gases, Wärmeleitung der Elektroden und der umgebenden Teile etc.[3]) Ehe die Entwickelung unserer Anschauungen über die Gasentladungen auch für die Lichtbogenvorgänge eine zuverlässige Grundlage schuf, mußten die Beobachter mit der groben Konstatierung dieser Abhängigkeiten sich begnügen. Eine exakte Trennung der Variablen wurde nur sehr unvollkommen erreicht, so daß

1) Vgl. J. Stark, Die Elektrizität in Gasen, Leipzig.

2) Diese Auffassung des Lichtbogenvorganges wurde, soviel ich sehe, am klarsten zuerst ausgesprochen von J. Stark, Ann. d. Physik 12, 673, 1903. Dort ist zuerst die Wichtigkeit des negativen Kraters als Austrittsstelle der ionisierenden Elektronen, erkannt und hervorgehoben worden. Außer dieser Arbeit sei zu der hier vorgebrachten Meinung noch zitiert: J. Stark, Diese Zeitschr. 5, 264, 1904.

3) Literatur: Vgl. Mrs. Ayrton, The electric arc, London. B. Monasch, Der elektrische Lichtbogen, Berlin 1904.

das vorliegende zahlreiche Beobachtungsmaterial kaum zu einer qualitativen, geschweige denn zu einer quantitativen Prüfung der skizzierten Lichtbogentheorie ausreicht. Von einer auf die Lehre von den charakteristischen Kurven gestützten und von der genannten Theorie geleiteten Neubearbeitung des Gebietes kann man indessen jetzt eine völlige Aufklärung des Phänomens mit Zuversicht erwarten.

Zur Ermittelung der skizzierten Abhängigkeiten hat man bisher fast ausschließlich die charakteristischen Kurven herangezogen, die man durch schrittweise Messung von Strom und Spannung am Lichtbogen unter langsamer stufenweiser Variation der Betriebs-E.M.K., bezw. des Vorschaltwiderstandes erhielt. Ich will die so gewonnenen Kurven die statischen Charakteristiken nennen.

Ihr Verlauf ist im einzelnen von der Stromstärke 2 Amp. ab durch zahlreiche Untersuchungen, namentlich von Frau Ayrton[1]) festgelegt. Sie hat gezeigt, daß der Lichtbogen von der Beziehung $ei = a + bi$ beherrscht wird, wo e und i Spannung und Stromstärke, a und b von den besonderen Bedingungen des Versuchs abhängige Konstanten sind. Für die kleinen Stromstärken, innerhalb deren sich der „Zündungsvorgang" des Lichtbogens abspielt, dürfte diese Beziehung nicht gelten. Für sie fehlen die Messungen noch, weil sie, wie das Diagramm lehrt, nur mit Hilfe sehr großer Gleichspannungen von relativ großer Stromleistung angestellt werden können. Im unterzeichneten Institute ist damit begonnen worden, diese Lücke mittels der dort aufgestellten, von der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie in Charlottenburg beschafften 20 PS. Dynamo von 5000 Volt Gleichspannung auszufüllen.

Nach dem vorliegenden Material und im Hinblick auf die skizzierte Ionentheorie des Lichtbogens scheinen alle Einflüsse der verschiedenen Umstände auf den Verlauf der Charakteristik in erster Linie von der Art beherrscht zu sein, in der sie die Temperatur der Elektroden, namentlich der negativen Elektrode beeinflussen. Je höher diese Temperatur, um so höher bei gleicher Spannung die Stromstärke. So erklärt sich der große Einfluß des Wärmeleitungsvermögens, auf den Granquist in einer umfassenden Untersuchung[2]) hingewiesen hat. Ob daneben noch die Art des Elektrodenmaterials einen wesentlichen Einfluß hat, ist noch zu entscheiden.

Die Untersuchungen über langsame Kathodenstrahlen von Wehnelt[3]) und Stark[4]) sprechen allerdings durchaus dafür, daß namentlich die Metalloxyde das Lichtbogenphänomen begünstigen dürften, da sie im glühenden Zustande Elektronen in ergiebigster Weise abzugeben geneigt sind.

Auch die Natur des umgebenden Gases dürfte vor allem durch seine Wirkung auf die Elektrodentemperatur bestimmend wirken; so muß die heftige Verbrennung von Kohle beim Kohlelichtbogen in Luft die Erhaltung einer hohen Temperatur an der Kathode, also das Austreten von Elektronen sehr begünstigen. In der Tat erscheinen die charakteristischen Kurven der in indifferenten Gasen brennenden Lichtbögen (Einschlußbogenlampen) im Sinne der wachsenden e verschoben gegen die des Lichtbogens in Luft.

5. Den statischen Charakteristiken gegenüberstellen lassen sich die dynamischen Charakteristiken. Sie werden gewonnen durch gleichzeitige Ermittelung des Strom- und Spannungsverlaufes an einem Lichtbogen, der von einer zeitlich variablen Betriebsspannung, z. B. einer Wechselspannung, erzeugt wird. Das kann z. B. mit der Joubertschen Scheibe oder zweckmäßiger mit dem Oszillographen geschehen.

Strom- und Spannungskurven am Wechselstromlichtbogen sind schon zahlreich aufgenommen worden[1]), doch hat sie, soviel ich sehe, noch niemand systematisch verwertet, um die charakteristischen Kurven darnach zu konstruieren. Die folgenden Mitteilungen werden zeigen, wie sehr aber gerade diese Untersuchungsmethode geeignet ist, die Lichtbogenvorgänge aufzuklären.

Wir denken uns an eine Gasstrecke von der in Fig. 7b gegebenen Charakteristik mit

1) Vgl. Blondel, Lum. El. **42**, 55, 1891; C. R. **127**, 1016, 1898; **128**, 717, 1899; Duddell u. Marchant, Inst. El. Eng. **28**, 86, 1899.

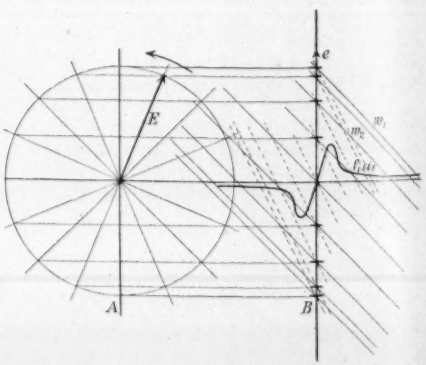


Fig. 7.

1) l. c.

2) G. Granquist, Über die Bedeutung des Wärmeleitungsvermögens der Elektroden bei dem elektrischen Lichtbogen. Gesellschaft der Wissenschaften, Upsala 1903.

3) A. Wehnelt, Ann. der Physik **14**, 495, 1904.

4) J. Stark, diese Zeitschr. **5**, 82, 1904.

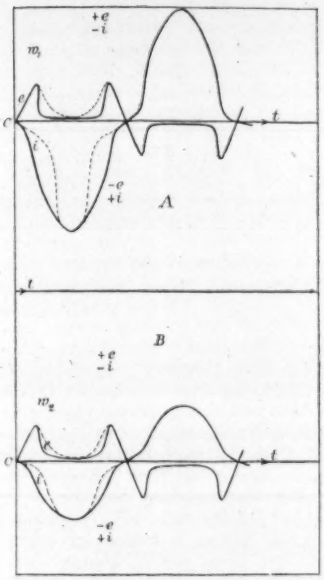


Fig. 8.

dem Vorschaltwiderstande w eine beispielsweise sinusförmig variierende E.M.K. $e = E \sin \omega t$ angelegt. Dann ergibt sich die Strom- und Spannungskurve durch die in Fig. 7 angedeutete graphische Konstruktion; Fig. 7a ergibt in bekannter Weise durch Rotation des Vektors E die Werte e zu den Zeiten 0, $^1/_8$ T., $^2/_8$ T. . . . . T. Durch die mit diesen Werten auf der e-Achse der Charakteristik markierten Punkte sind der Widerstandslinie w parallele Grade zu ziehen, die dann auf der Charakteristik die zu den entsprechenden Zeiten gehörigen S-Punkte markieren. Durch sie ergeben sich die in Fig. 8 für 2 Vorschaltwiderstände w_1 und w_2 konstruierten Strom- und Spannungskurven. Man erkennt, wie schon in diesem einfachsten Falle die Kurvenformen sehr erheblich variieren, wenn man den Vorschaltwiderstand verändert. Ist außer dem Vorschaltwiderstande eine Selbstinduktion vorhanden, so treten ähnliche Komplikationen auf, wie man sie bei magnetischen Kreisen findet, die durch Wechselspannungen betätigt werden.[1])

So kompliziert nun auch die Erscheinung durch Vorschaltung einer Selbstinduktion zu werden scheint, so kann man doch nach unserer Konstruktion qualitativ übersehen, in welchem Sinne sie die Dinge modifizieren muß. Sie bewirkt nämlich das Auftreten einer gegenelektromotorischen Kraft $-L\frac{di}{dt}$, welche die Verschiebung der Widerstandslinie in einer anderen, komplizierteren Zeitfunktion erfolgen läßt, als wenn die Selbstinduktion nicht vorhanden wäre. Und zwar wird sie immer dann die Bewegungsgeschwindigkeit der Widerstandslinie verlangsamen, wenn an sich die Tendenz zu schneller Stromänderung vorhanden ist. Das ist immer dann der Fall, wenn der Schnittpunkt S in das labile Gebiet eintritt und der Strom auf einen stabilen Punkt zu springen sucht. Die Selbstinduktion bewirkt, daß dieser Sprung langsamer erfolgt. Sie wird demnach die Kurven in dem Sinne beeinflussen, wie es gestrichelt in Fig. 8 angedeutet ist.

Diese Konstruktionen zeigen, daß man stets aus den beobachteten Strom- und Spannungskurven die Charakteristik erhalten kann und zwar in sehr einfacher Weise den ganzen Verlauf, auch in den labilen Gebieten. Und das gilt zunächst auch völlig unabhängig von der speziellen Zeitfunktion, nach der die E.M.K. verläuft, vorausgesetzt, daß die Charakteristik selbst von dieser Zeitfunktion unabhängig ist. Das ist nun aber nicht der Fall und die späteren Untersuchungen werden gerade diese Abhängigkeit der dynamischen Charakteristik

1) In der Tat läßt sich die in Fig. 7 gegebene Konstruktion mutatis mutandis auf dieses letztgenannte Problem übertragen; ein neuer Beweis für die Fruchtbarkeit der bekannten Analogie zwischen elektrischen und magnetischen Kreisen. Ich hoffe auf die Durchführung dieser Analogie im angedeuteten Sinne demnächst in besonderen Ausführungen zurückzukommen.

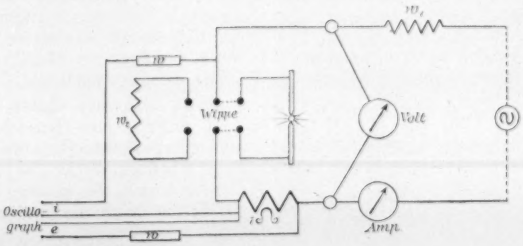


Fig. 9.

von der Zeitfunktion, nach der sie durchlaufen wird, besonders ins Auge fassen.

6. Zu meinen Messungen der dynamischen Charakteristiken habe ich zwei Methoden verwendet:

a) Mittels eines Hochfrequenzoszillographen von Duddell[1]) mit zwei Bifilarsystemen wurde gleichzeitig Strom- und Spannungskurve auf einer bewegten Film photographisch aufgenommen. Fig. 9 gibt das Schaltungsschema der ganzen Anordnung. Durch Umlegen der Wippe konnte an Stelle des Lichtbogens ein Rheostat eingeschaltet werden, um die Eichung des Oszillographen stets kontrollieren zu können. Der Strom wurde durch Abzweigen über 1 Ohm induktionsfreien Widerstandes gemessen, der vor den Lichtbogen vorgeschaltet war.

Die erhaltenen Strom- und Spannungskurven, von denen ein Beispiel in Fig. 10 reproduziert

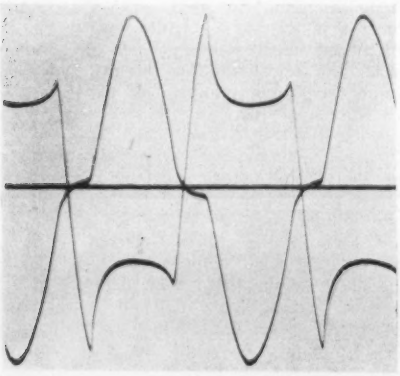


Fig. 10.

ist, wurden in einen Kopierrahmen auf Koordinatenpapier gepreßt, ausgemessen und aus den zusammengehörigen e und i Werten die Charakteristik konstruiert.

Die Untersuchungen wurden vorwiegend an ein und demselben Homogen-Kohlenmaterial von der Firma Gebr. Siemens in Charlottenburg angestellt.

Die Kohlenstäbe wurden an den Enden in die Zangen einer Handregulierbogenlampe eigener Konstruktion eingeklemmt, an der folgende Einrichtung getroffen war, um in einfacher Weise stets wieder auf dieselbe Bogenlänge einstellen, oder die Bogenlänge nachträglich messen zu können.

Die beiden Kohlenhalter (Fig. 11) wurden von

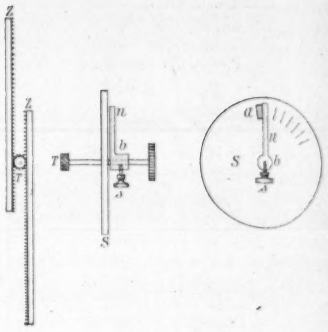


Fig. 11.

zwei Zahnstangen Z mit schrägen Zähnen betätigt, die durch einen Zahntrieb T gegeneinander bewegt werden konnten. Auf die Achse des Triebes T wurde eine Büchse b gesetzt, die mit einem Arm n auf einer mit dem Lampenstativ fest verbundenen Scheibe S spielte. Auf diese Scheibe war ein Anschlag a befestigt, die Büchse b spielte im allgemeinen frei auf der Achse von T, konnte aber durch eine Schraube s fest mit ihr verbunden werden.

Dreht man den Trieb bis zur Berührung der Kohlen, stellt jetzt den Arm n auf irgendeine Stelle der Scheibe und schraubt s fest, so ist ein Auseinanderschrauben der Kohlen nur so lange möglich, bis der Arm n an den Anschlag a der Scheibe schlägt. Eicht man den Scheibenumfang nach Millimeter des Kohlenabstandes, so hat man in einfachster Weise das Mittel, jedesmal eine bestimmte Lichtbogenlänge einzustellen. Stellt man andererseits den Arm n bei einem vorhandenen Elektrodenabstand gegen den Anschlag n und dreht jetzt bis zur Berührung der Elektroden, so liefert die Einstellung des Armes n auf der Scheibe die vorhandene Lichtbogenlänge.

b) Die zweite von mir verwendete Methode gestattet, die dynamischen Charakteristiken direkt auf dem Fluoreszenzschirm einer Braunschen Röhre zu beobachten. Sie ist demnach besonders geeignet, sich schnell über die Kurven zu orientieren und bietet gleichzeitig ein elegantes Mittel, die hier behandelten Dinge zu demonstrieren.

Eine Braunsche Röhre mit den von Wehnelt angegebenen Einrichtungen für elektrostatische Ablenkung[1]) wurde so geschaltet, daß der Lichtfleck direkt die dynamische Charakteristik durchlaufen mußte. Dazu wurde (Fig. 12) der Strom durch die Spulen a und b geschickt,

1) W. Duddell, The electrician **39**, 637, 1897.

1) A. Wehnelt, Verh. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. **5**, 141, 1903.

die eine i proportionale Ablenkung in horizontalem Sinne bewirkten; die Lichtbogenelektroden dagegen wurden mit den Innenelektroden c und d der Röhre verbunden, so daß eine der Spannung e proportionale elektrostatische Ablenkung in vertikaler Richtung zustande kam. So muß der Kathodenstrahlfleck in jedem Momente einen Punkt der dynamischen Charakteristik markieren, und wenn die Stromvorgänge genügend schnell verlaufen, erscheint die charakteristische Kurve dauernd auf dem Fluoreszenzschirm. Diese Kurven lassen sich ohne weiteres photographieren. Zum Betrieb der Braunschen Röhre muß selbstverständlich eine Influenzmaschine dienen.

Diese letztere Methode ist, im Gegensatz zu der oszillographischen, nicht auf kleine Frequenzen beschränkt, gestattet daher auch, eine Beobachtung dynamischer Charakteristiken an Funkenlichtbögen, die von den elektrischen Eigenschwingungen eines aus Kapazität und Selbstinduktion bestehenden Systems betätigt werden. Über die Ergebnisse solcher Versuche hoffe ich bald berichten zu können.

7. Der Typus der durch solche Messungen gewonnenen dynamischen Charakteristiken ist in den Figuren 13—17 für einige Beispiele dargestellt.

Man erkennt den typischen Verlauf der Charakteristik, wie er in Figur 7 zugrunde gelegt ist, wieder, aber die Charakteristik ist für wachsende E.M.K. eine andere, als für fallende, und zwar verläuft die letztere normalerweise mit kleineren Spannungswerten wie die erstere. Diese Erscheinung, daß die Charakteristik eines Lichtbogens von seiner Vorgeschichte abhängt, sei als Lichtbogenhysteresis bezeichnet.

In der Tat stellt sie die völlige Analogie zu dem entsprechenden Phänomen bei der Magnetisierung ferromagnetischer Substanzen dar. Führt man die bekannte Analogie des Satzes vom magnetischen Kreise zu dem Ohmschen Gesetz oder besser gesagt zu dem Satz vom elek-

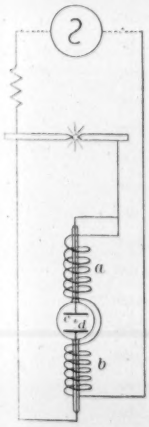


Fig. 12.

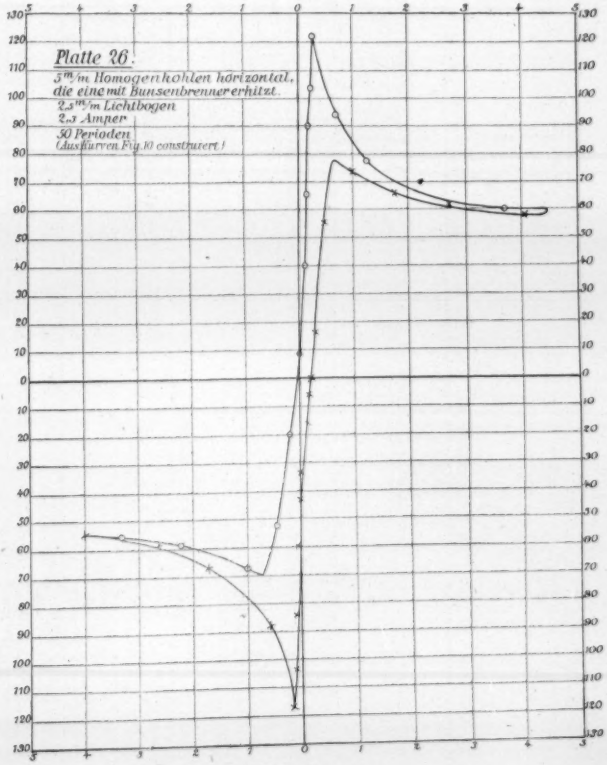


Fig. 13.

trischen Kreise etwas weiter, als es bisher geschehen ist, so erkennt man, daß sich die in 2 entwickelten Grundsätze der Lehre von den charakteristischen Kurven völlig auf magnetische Kreise übertragen lassen. Namentlich weist ein magnetischer Kreis mit einem nicht zu weiten Luftschlitz die allergrößten Ähnlichkeiten mit einem Lichtbogenkreise auf, wie hier nicht weiter ausgeführt werden mag. Hervorgehoben sei nur, daß auch die weiter unten zu behandelnde Abhängigkeit der Lichtbogenhysteresis von der Geschwindigkeit der E.M.K. Änderung ihr völliges Analogon im Magnetismus hat. Die Erscheinungen bei der Magnetisierung durch schnellverlaufende magnetomotorische Kräfte, wie sie schon von vielen Forschern untersucht und neuerdings in einer im unterzeichneten Institute von Herrn E. Madelung durchgeführten Untersuchung[1]) weitgehend aufgeklärt sind, unterliegen denselben Gesetzmäßigkeiten, wie wir sie bei der Lichtbogenhysteresis finden werden.

Ob die von mir in fast allen Kurven gefundenen, dem remanenten Magnetismus und der Koerzitivkraft entsprechenden Größen wirklich vorhanden sind, oder den gerade in dieser Gegend der Kurven größten Fehlern der Messung zuzuschreiben sind, möchte ich hier noch unentschieden lassen. Dem remanenten Magnetismus entspricht eine beim Strom *0* vorhandene E.M.K., die sich sehr wohl aus einer ungleichen Temperatur der beiden Elektroden als thermoelektrische Kraft erklären würde. Denn im allgemeinen findet an der positiven Elektrode des Lichtbogens eine größere Wärmeentwicklung statt, so daß eine beim Durchgang des Stromes vorhandene verschiedene Temperatur der Elektroden wohl zu erwarten wäre. Der Sinn der auftretenden „remanenten" E.M.K. scheint dieser Auffassung recht zu geben. Auch sprechen die bei vertikalen Lichtbögen auftretenden Unsymmetrien dafür, wenn man

1) Erscheint demnächst in Drudes Ann. d. Physik.

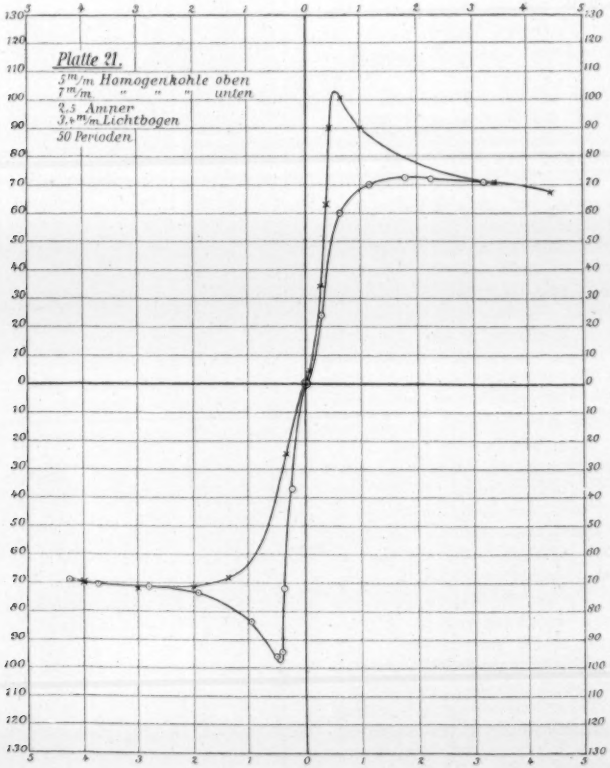


Fig. 14.

erwägt, daß die obere Elektrode durch den aufsteigenden Strom heißer Gase auf höherer Temperatur gehalten wird, als die untere.

Ich hoffe durch besondere Versuche diese Frage bald entscheiden zu können.

8. Der spezielle Verlauf der dynamischen Charakteristiken hängt ebenso, wie der der statischen, von den besonderen Betriebsbedingungen des Lichtbogens in mannigfaltiger Weise ab.

Durch vielfach variierte Versuche habe ich mich bemüht, den Einfluß einzelner Bestimmungsgrößen gesondert zu ermitteln, und die scheinbare Kompliziertheit der Erscheinung auf einfache Gesetzmäßigkeiten zurückzuführen:

a) Einfluß der Bogenlänge: bei konstantem Vorschaltwiderstande und konstanter E.M.K. wurden die Strom- und Spannungskurven auf einem bewegten Film aufgenommen, während die Lichtbogenlänge bis zum Verlöschen des Lichtbogens vergrößert wurde. Figur 18 zeigt das erhaltene Kurvenbild.

Während bei kurzem Lichtbogen der durch die erste Zacke der Spannungskurve bestimmte Höchstwert der Spannung bei steigender E.M.K. tiefer liegt, als der durch die zweite Zacke markierte Höchstwert bei fallender E.M.K., wächst mit zunehmender Bogenlänge die erste Zacke in sehr schnellem Verhältnis mit wachsender Bogenlänge, bis beim Verlöschen der höchste Wert der ersten Zacke und gleichzeitig der größte Unterschied in den Höhen beider Zacken erreicht ist. Gleichzeitig treten die Deformationen der Stromkurven zum Beginn der wachsenden Stromstärken mehr und mehr hervor.

Die entsprechenden Vorgänge an den Charakteristiken zeigt das Diagramm Fig. 19.

a b c d e sind die Charakteristiken, die sich mit zunehmender Bogenlänge ergeben. Die maximale Lage der Widerstandslinie, dem Maximalwerte der E. M. K. = 200 Volt entsprechend, ist stets mit eingetragen. Man sieht: bei ganz kurzen Lichtbögen greift der fallende Zweig über den steigenden über. Dieses Verhalten hat vermutlich seine Quelle in Luft-

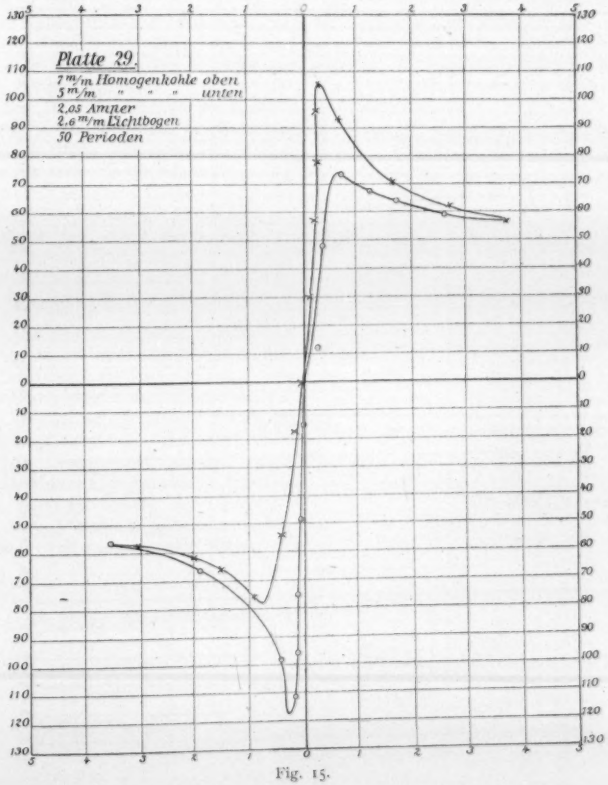


Fig. 15.

strömungen, die bei kurzen Bogenlängen und starken Stromstärken anormale Erscheinungen bewirken. So fällt nach den Untersuchungen von Frau Ayrton das unter eben diesen Bedingungen auftretende Zischen des Lichtbogens solchen in die Krater einströmenden Luftwirbeln zur Last. Es ist zu erwarten, daß auch die kurzen Lichtbögen normale Hysteresis zeigen werden, wenn man diese Luftströmungen vermeidet.

b) Einfluß des Vorschaltwiderstandes, bezw. der maximalen Stromstärke.

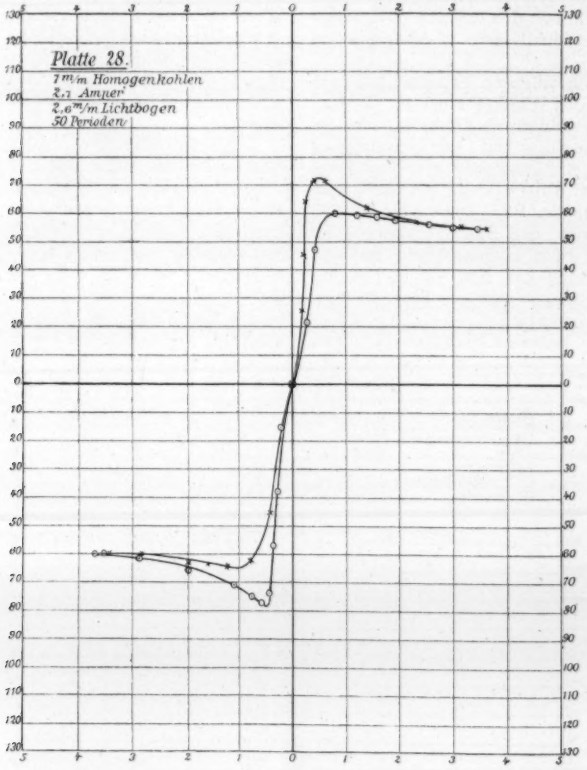


Fig. 16.

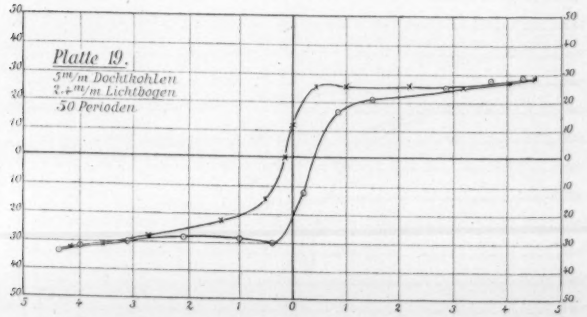


Fig. 17.

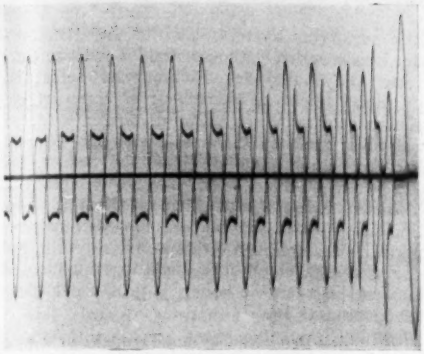


Fig. 18.

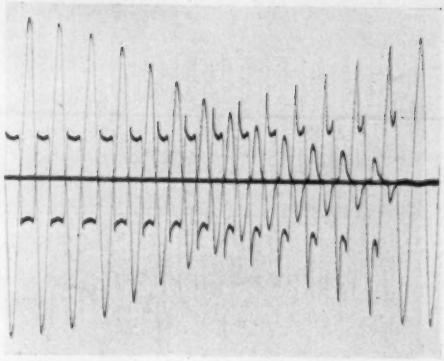


Fig. 20.

Die Kurven der Figur 20 wurden in einem Lichtbogen von 3 mm Länge bei konstanter E.M.K. von 200 Volt gewonnen, während der Vorschaltwiderstand rasch vergrößert wurde bis zum Verlöschen. Das Diagramm (Fig. 21) zeigt die entsprechenden Charakteristiken. Man sieht: mit abnehmender Maximalstromstärke rücken beide Kurvenzweige im Sinne der wachsenden Spannungen in die Höhe, die steigende Kurve wieder sehr viel schneller als die fallende. Dabei rücken beide Maxima zu immer kleineren Werten von i. Die Hysteresis nimmt mit abnehmender Maximalstromstärke zu. Das Verlöschen erfolgt wieder, sobald das Maximum der steigenden Charakteristik über die der maximalen E.M.K entsprechende Widerstandslinie hinausrückt.

c) Einfluß der Periodenzahl. Aufnahme Fig. 22 wurde gemacht, nachdem der Betriebsmotor der Wechselstrommaschine abgestellt war und die Periodenzahl kleiner und kleiner wurde. Die gleichzeitig erfolgende Abnahme der E.M.K. kann vernachlässigt werden. Es zeigt sich, daß abnehmende Periodenzahl analog wirkt, wie abnehmende Maximalstromstärke. Sowohl steigender wie fallender Zweig der Charakteristik verschieben sich im Sinne höherer e Werte, die erstere wieder verhältnismäßig schneller, wie die letztere, so daß die Hysteresis mit abnehmender Periodenzahl zunimmt. Die Maxima beider Kurven verschieben sich mit abnehmender Periodenzahl zu immer kleineren Stromwerten. Verlöschen erfolgt, sobald die Spitze der steigenden Kurve über die Widerstandslinie hinauswächst.

Über die Abhängigkeit der Erscheinung von anderen Faktoren soll später berichtet werden.

9. Der gefundene Verlauf der dynamischen Charakteristiken des Lichtbogens und die Tatsache der Lichtbogenhysteresis finden auf Grund der oben erwähnten Ionentheorie des Lichtbogens in folgender Weise ihre Erklärung.

Nach dieser Theorie ist, wie wir sahen, in

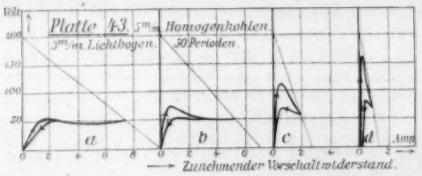


Fig. 21.

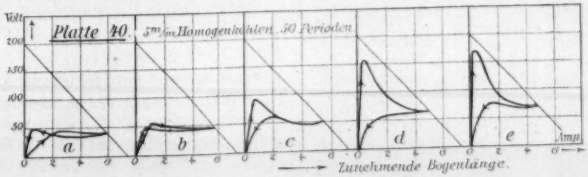


Fig. 19.

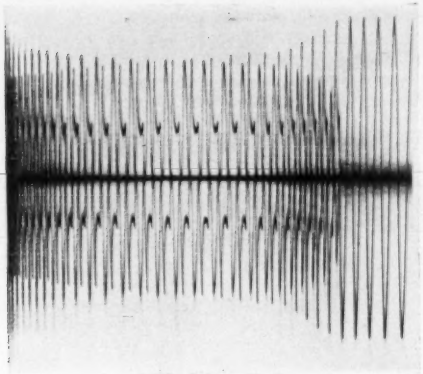


Fig. 22.

letzter Linie bestimmend für die selbständige Elektrizitätsströmung in einer Gasstrecke nach Art des Lichtbogens die auf der Lichtbogenstrecke entwickelte Stromwärme, von der weitaus der größte Teil auf das Anoden- und Kathodengefälle trifft. Sie bestimmt vor allen Dingen die Temperatur und die Größe der beiden Ansatzstellen des Lichtbogens, der Krater. Temperatur und Größe der Krater aber und Lichtbogenlänge sind entscheidend dafür, welche Spannung e bei einem bestimmten Strom i auf den Lichtbogen entfällt. Denn mit zunehmender Temperatur und Größe des negativen Kraters wächst, wie wir sahen, die Zahl der austretenden Elektronen, die die Gasstrecke ionisieren, so daß schließlich, wenn die durch das negative Elektrodengefälle hervorgebrachte Wärmeentwicklung die negative Elektrode auf Verdampfungstemperatur erhitzt hat, die Leitfähigkeit der Lichtbogengase rapid wächst und die Lichtbogenspannung entsprechend sinkt. Sobald dieser Punkt erreicht ist, wird vermutlich die weitere Steigerung der Stromwärme nicht mehr die Temperatur, sondern jetzt die Kratergröße ändern, so daß von jetzt ab die Spannungserniedrigung wesentlich durch die Querschnittsvergrößerung des Stromzylinders bewirkt wird. Solange der Krater an sich klein ist, verursacht schon ein kleiner Zuwachs des Stromes eine große prozentische Veränderung. Darum fällt die Charakteristik so steil hinter ihrem Spannungsmaximum, sobald die negative Elektrode Weißgluttemperatur erreicht hat. Ähnlichen, aber lange nicht so wesentlichen Einfluß hat der positive Krater, der wegen des meist größeren Anodenpotentialgefälles schon bei kleinen Stromstärken größere Querschnitte aufweist wie der negative, und der wohl nur durch seinen Querschnitt eine Rolle spielt, die hinter der Rolle des negativen Kraters, als der Austrittsstelle der ionisierenden Kathodenstrahlen, weit zurücktritt. Die Rolle des Lichtbogens selbst ist prinzipiell leicht zu übersehen: er vermehrt die Lichtbogenspannung, wenn er länger wird, so daß bei gleichen Stromstärken der längere Lichtbogen eine größere Spannung besitzt, bei gleicher Spannung der längere Lichtbogen kleineren Strom, also kleinere Krater. Das Spannungsmaximum, bei der die Maximaltemperatur des negativen Kraters erreicht wird, bei der also das eigentliche Lichtbogenphänomen einsetzt, liegt um so höher, je größer der Elektrodenabstand ist.

Also das Produkt TF aus Temperatur T und Fläche F des negativen Kraters ist in letzter Linie bestimmend für die Spannung, die ein bestimmter Strom an einer Lichtbogenstrecke erzeugt. Alles andere, Anodengefälle, Fläche des positiven Kraters, Gefälle in der Gassäule wird von diesem Produkt TF mitbestimmt.

Woher der vorhandene Wert von TF rührt und wie er zustande gekommen ist, ist für den Elektrizitätsübergang gleichgültig; jedenfalls aber erfährt ein vorhandener Wert TF sofort eine Änderung, wenn Strom durch die Gasstrecke hindurchgeführt wird und damit eine Wärmeentwicklung, ei proportional, eingeleitet wird. Haben die Elektroden gewöhnliche Zimmertemperatur, so müssen zunächst beträchtliche Werte der Spannung angelegt werden, um den zur Erreichung eines starken Elektronenaustritts ausreichenden Betrag von TF aus der entwickelten Stromwärme zu erzielen. Nachher erzeugt schon eine niedrige Spannung eine genügend hohe Stromleistung, um den hohen Wert von TF, und damit das Lichtbogenphänomen aufrecht zu erhalten. Bei langsamer Steigerung von e wird so eine Charakteristik definiert, wie wir sie als statische kennen gelernt haben. Sie liefert uns zu jeder Widerstandslinie den „Zündstrom“ und die „Zündspannung“ des Lichtbogens.

Nun ist die Höhe des erzeugten Produktes TF nicht bloß von der Stromwärme ei bestimmt, sondern sie ist das Ergebnis eines Kompromisses zwischen der Wärmezufuhr und den Wärmeverlusten durch Wärmeleitung, Konvektion und Strahlung, unter denen die durch Wärmeleitung weitaus überwiegen.[1])

Der Strom entwickelt in jeder Zeiteinheit eine Wärmemenge ei. Andererseits wird durch die Kraterfläche eine TF proportionale Wärmemenge weggeleitet. Ist W die durch die Einheit

1) Vgl. die zitierte Untersuchung von Granquist.

von TF pro Zeiteinheit weggeleitete Wärme, so ist WTF die bei dem Werte TF weggeleitete Menge, und Gleichgewicht besteht, wenn

$$ei = WTF,$$

woraus

$$TF = \frac{ei}{W}.$$

TF wird bei derselben Wärmezufuhr um so kleiner, je schneller die Wärme an der Kraterstelle wieder weggeleitet wird, d. h. aber die statische Charakteristik hat um so höhere Spannungswerte und ihr Spannungsmaximum liegt bei um so höheren Stromstärken, je größer die Wärmeverluste sind.

Das Gesagte gewinnt durch folgende graphische Darstellung Anschaulichkeit und praktische Anwendungsfähigkeit.

Wir nehmen an, daß ein bestimmter Wert TF am Lichtbogen einen bestimmten Lichtbogenwiderstand definiert. D. h. wenn wir auf jeder Elektrode eine bestimmte Fläche F zwangsweise stets auf derselben Temperatur T halten könnten, so hätte der Lichtbogen eine durch den Koordinatenanfangspunkt gehende Gerade als Charakteristik, deren Neigung gegen die i Achse für den festgehaltenen TF Wert charakteristisch wäre. Inwieweit diese Annahme mit den Tatsachen vereinbar ist, bleibt zu untersuchen. Die ganze ei Ebene können wir so mit solchen TF Strahlen beziehen.

In Wirklichkeit ist es aber unmöglich, TF konstant zu halten, sondern die auf der Lichtbogenstrecke entwickelte Stromwärme vergrößert fortdauernd TF, bis die gleichzeitig wachsenden Wärmeverluste WTF ein weiteres Ansteigen begrenzen, nach der oben entwickelten Gleichgewichtsbeziehung

$$TF = \frac{ei}{W}.$$

Eine bestimmte Lichtbogenleistung ei ergibt also ein Gleichgewicht, welches durch den Schnittpunkt jeder ei-Leistungshyperbel mit dem zugehörigen aus der vorstehenden Gleichung berechneten TF Strahl definiert ist und die Gesamtheit der so ermittelten Schnittpunkte ist eben die statische Charakteristik.

Ist sie ermittelt, so erhält man ein für den betreffenden Fall charakteristisches TF Strahlenbündel, wenn man zu den Leistungen 1 2 3 ... n Watt die entsprechenden TF Strahlen zieht, wie das z. B. in Figur 23 geschehen ist. Die hier zugrunde gelegte Charakteristik a ist willkürlich angenommen und nur schematisch, nicht aber quantitativ richtig. Die Widerstände, die in jedem Falle den verschiedenen TF Strahlen zuzuordnen sind, ebenso die Werte TF selbst müssen durch besondere Versuche ermittelt werden. Man wird sie durch ein Diagramm $w = f(TF)$ oder auch $\alpha = f(TF)$ darstellen, wo α aus $\operatorname{tg} \alpha = w$ der Winkel ist, den der Strahl mit der Achse macht.

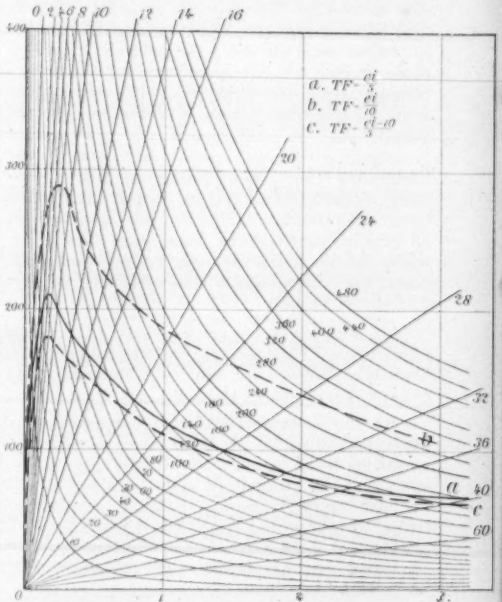


Fig. 23.

In Fig. 23 ist schätzungsweise angenommen, daß bei der Lichtbogenleistung $ei = 100$ ein negativer Krater von 1 mm² mit einer Temperatur von 2000° vorhanden sei, so daß dann $TF = 20$ wäre. Dann wäre $W = 5$ und die TF Strahlen erhalten nach der Beziehung

$$TF = \frac{ei}{5}$$

die angeschriebenen Zahlenbezeichnungen.

Man übersieht in dem Diagramm sofort, wie sich die Charakteristik ändert, sobald man irgendwie die Wärmeverluste W vergrößert. Alsdann gehören zu denselben ei-Werten kleinere Werte TF, die Charakteristik wird durch Schnittpunkte derselben Leistungshyperbeln mit FT-Strahlen kleinerer Neigung definiert, wie das in der Fig. 23b für $W = 10$ angedeutet ist. Metallische Elektroden werden daher wegen ihres hohen Wärmeleitungskoeffizienten Charakteristiken mit wesentlich höheren Spannungswerten aufweisen, als Kohleelektroden, selbst wenn das Material an sich sonst keinen Einfluß auf den Verlauf der Charakteristik hätte.

Eine sekundäre Wärmequelle, z. B. Erhitzen der Elektroden andererseits wird bewirken, daß die Charakteristik durch Schnittpunkte derselben TF-Linien mit tieferwertigen Leistungshyperbeln definiert erscheint. Führt man z. B. durch eine sekundäre Wärmequelle in jeder Sekunde die Wärmemenge 10 Watt zu den Elektroden zu, so erhalten wir die jetzt geltende Charakteristik, wenn wir die Schnittpunkte jedes TF-Strahles mit der um 10 Watt niedrigeren Leistungshyperbel bilden, wie das in Fig. 23c gezeigt ist. So erklärt sich der vielbenutzte Kunstgriff, daß man durch Erwärmung der Elektroden eine Gasentladung mit einer Spannung erregen kann, die an kalten Elektroden nicht dazu imstande ist. In der Sprache des Diagramms ausgedrückt heißt das: Durch Erwärmung der Elektrode drücken wir das Maximum der Charakteristik bis unter die Widerstandslinie herab.

Ein großer Teil der Einflüsse, die erfahrungsgemäß die Charakteristik modifizieren, ist in ähnlicher Weise an dem TF-Diagramm in exakter Weise zu übersehen.

Als eine sekundäre Wärmequelle dem Krater gegenüber muß nun aber auch die in der Wärmeströmung vom Krater zur Umgebung aufgespeicherte Wärmemenge stets wirken, sobald wir nicht mehr stationäre, sondern veränderliche Vorgänge ins Auge fassen.

Das sei im folgenden näher erläutert:

Wenn ein bestimmtes TF vorhanden ist, so herrscht innerhalb der Elektroden eine bestimmte Wärmeverteilung: in jedes Volumelement strömt ebensoviel Wärme ein wie aus und in jedem Volumelement ist eine bestimmte Wärmemenge enthalten. Wird nun die Wärmezufuhr vergrößert, so wächst die in jedes Volumelement einströmende Wärmemenge, während zunächst die ausströmende dieselbe bleibt, somit speichert sich mehr Wärme in dem Element auf und vergrößert das Temperaturgefälle, bis wieder die ausströmende Wärme gleich ist der einströmenden. Ist dieses neue Gleichgewicht erreicht, so ist der Wärme-Inhalt jedes Volumelementes vergrößert worden, somit auch der gesamte Wärmegehalt des Wärmestromes. Ehe also eine Vergrößerung von TF möglich ist, muß die vergrößerte Wärmezufuhr diese Vermehrung des Wärme-Inhaltes decken.

Dieser Wärme-Inhalt $\mathcal{J}$ der Elektroden und der umgebenden Luft ist um so größer, je größer TF, je größer die Dichte ϱ und die spezifische Wärme c, und je kleiner die Wärmeleitung λ ist, also, wenn k ein Proportionalfaktor

$$\mathcal{J} = \frac{TF\,\varrho c}{\lambda}\,k = L(TF),$$

wo

$$L = \frac{k\,\varrho\,c}{\lambda}$$

gesetzt wird.

Wird $\mathcal{J}$ in der Zeit dt um $d\mathcal{J}$ verändert, so ist die pro Zeiteinheit erforderliche Wärmemenge

$$\frac{d\mathcal{J}}{dt} = L\,\frac{d(TF)}{dt}.$$

Sie ist positiv, d. h. muß zugeführt werden, wenn die Wärmezufuhr wächst, negativ, d. h. sie wird abgegeben, wenn die Wärmezufuhr kleiner wird.

Im veränderlichen Zustande hat die in jedem Moment entwickelte Wärmezufuhr, außer den Wärmeverlusten $W(TF)$ auch noch diese Wärmemenge $\frac{d\mathcal{J}}{dt}$ zu leisten, also gilt im veränderlichen Zustand in jedem Moment die Gleichung

$$ei = (WTF)_t + L\left[\frac{d(TF)}{dt}\right]_t,$$

wo der Index t bezeichnet, daß die Momantanwerte der betreffenden Größen gelten.

Die Gleichung zeigt, daß $L\frac{d(TF)}{dt}$ als sekundäre Wärmequelle positiver oder negativer Art wirkt, oder in der Sprache der oben entwickelten graphischen Veranschaulichung: Für die Definition der dynamischen Charakteristik kommen die Schnittpunkte jedes TF-Strahles mit der zum Werte $ei - L\frac{d(TF)}{dt}$ gehörigen Leistungshyperbel in Frage, statt der zu ei gehörigen Hyperbel, wie es bei der statischen Kurve der Fall ist.

10. Durch diese Gleichung, welche die völlige Analogie ist zu der Gleichung der Wechselstromvorgänge in einem Stromkreise mit Selbstinduktion und Widerstand, ist der Verlauf der dynamischen Charakteristik auf die statische exakt zurückgeführt; sie enthält außer der Theorie der Lichtbogenhysteresis zugleich die Theorie aller möglicher, bisher theoretisch noch nicht geklärten Erfahrungen aus der Lichtbogendynamik, wie unten eingehend diskutiert werden wird. Ihre quantitative Verifikation erfordert zunächst die Beschaffung umfassenden Beobachtungsmaterials und soll einer künftigen Untersuchung vorbehalten bleiben.

Sobald $ei = f(t)$ bekannt ist, läßt sich die Gleichung analytisch oder graphisch integrieren und wir erhalten den entsprechenden zeitlichen Verlauf von TF, so daß wir durch die zusammengehörigen Schnittpunkte die dynamische Charakteristik aus der statischen konstruieren können. Das ist für einige ideale Fälle im folgenden mit Rücksicht auf praktisch bedeutsame Probleme durchgeführt.

a) Zünden und Auslöschen eines Lichtbogens. Entladeverzug.

Zur Zeit $t = 0$ werde die Spannung e_0 an den Lichtbogen angelegt. i wird dann etwa nach der Funktion

$$i = i_0 (1 - \varepsilon^{-\beta t})$$

anwachsen und schließlich den Wert i_0 erreichen, der durch die besonderen Bedingungen des Lichtbogenkreises bestimmt ist. β ist eine von den Konstanten des Lichtbogenkreises (Selbstinduktion und Widerstand) abhängige Zeitkonstante.

Somit haben wir die Differentialgleichung

$$e_0 i_0 (1 - \varepsilon^{-\beta t}) = W(TF) + L \frac{d(TF)}{dt}.$$

Die Integration ergibt

$$TF = \frac{e_0 i_0}{W} \left\{ 1 - \frac{W}{W - L\beta} \left(\varepsilon^{-\beta t} - \frac{L\beta}{W} \varepsilon^{-\frac{W}{L} t} \right) \right\}$$

$$= T_0 F_0 \left\{ 1 - \frac{W}{W - L\beta} \varepsilon^{-\beta t} + \frac{L\beta}{W - L\beta} \varepsilon^{-\frac{W}{L} t} \right\}.$$

Wird andererseits von einem statischen Gleichgewicht des Lichtbogens mit den Werten $e_0 i_0$ der Leistung, $T_0 F_0$ von TF, die Leistung zur Zeit $t = 0$ nach dem Gesetz $ei = e_0 i_0 \varepsilon^{-\beta t}$ auf 0 gebracht, so ergibt unsere Differentialgleichung das Integral

$$TF = \frac{T_0 F_0}{W - L\beta} \left\{ W \varepsilon^{-\beta t} - L\beta \varepsilon^{-\frac{W}{L} t} \right\}.$$

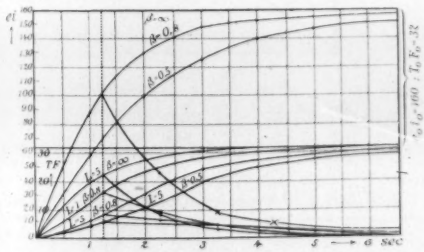


Fig. 24.

Mit Zugrundelegung des Diagramms Fig. 23 sind in Fig. 24 die Funktionen $ei = e_0 i_0 (1 - \varepsilon^{-\beta t})$ und

$$TF = T_0 F_0 \left\{ 1 - \frac{W}{W - L\beta} \varepsilon^{-\beta t} + \frac{L\beta}{W - L\beta} \varepsilon^{-\frac{W}{L} t} \right\}$$

für spezielle Werte von W, L und β graphisch dargestellt. In Fig. 25 ebenso die Funktionen

$$ei = e_0 i_0 \varepsilon^{-\beta t}$$

und

$$TF = \frac{T_0 F_0}{W - L\beta} \left\{ W \varepsilon^{-\beta t} - L\beta \varepsilon^{-\frac{W}{L} t} \right\}.$$

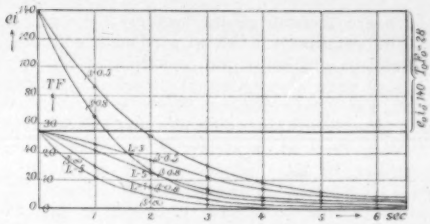


Fig. 25.

Die entsprechenden dynamischen Charakteristiken sind durch die Schnittpunkte der zu gleichen t-Werten gehörigen ei-Hyperbeln und TF-Strahlen in Fig. 26 konstruiert. Man sieht: je größer β ist, d. h. je schneller ei wächst, desto mehr weicht die dynamische Charakteristik von der statischen ab und zwar verlaufen die Kurven der Zündung mit höheren Spannungswerten, die Kurven des Auslöschens mit tieferen Spannungswerten, als die statische Kurve.

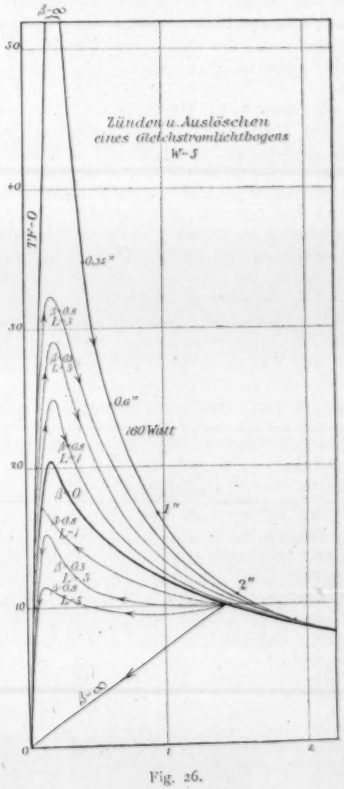


Fig. 26.

Unsere Kurven zeigen ferner:

Ein bestimmter TF-Wert wird um so schneller erreicht, je größer β und je kleiner L ist.

Legt man also jedesmal dieselbe Spannung e_0 an, bei verschiedenem Werte von β, so ist nach einer bestimmten Zeit ein um so niedrigerer TF-Wert erreicht, je kleiner β, je größer L und je größer W ist. Bis also das zur Zündung des Lichtbogens erforderliche TF erreicht ist, dauert es um so länger, je größer L und W und je kleiner β ist.

Man kann somit a[illegible] kurze Zeit beträchtliche Spannungen an die Elektroden anlegen, ohne daß der Lichtbogen entsteht. Das ist die bekannte Erscheinung des Entladeverzugs, wie sie namentlich von Warburg[1]) eingehend untersucht ist. Unsere Gleichung gibt somit auch für dieses Phänomen eine exakte Beschreibung. Daß durch fremde Ionisatoren, wie lichtelektrische Kathodenstrahlen, Becquerel-, Röntgenstrahlen, Erwärmung der Elektroden durch eine besondere Wärmequelle, der Entladeverzug vermindert wird[2]), ist in der gegebenen Darstellung ohne weiteres verständlich. Denn alle diese Einflüsse bewirken, daß die zum Einsetzen des Lichtbogens erforderliche Ionisation schon bei kleineren TF Werten erreicht wird, als sonst.

Läßt man vom Werte $e_0 i_0 = 140$ aus die an dem Lichtbogen aufgewendete Leistung schnell abnehmen, so erhält man die in Fig. 26 unterhalb der statischen Kurve liegenden dynamischen Auslöschkurven. Nach einer bestimmten Zeit ist ein um so niedrigerer Wert von TF vorhanden, je größer W und L und je kleiner β. Ist $\beta = \infty$, d. h. bringt man $e_0 i_0$ plötzlich auf 0, so ist der zu $e_0 i_0$ gehörige TF-Strahl selbst die Auslöschcharakteristik.

Von praktischem Interesse ist noch folgender Fall[3]): Löscht man zur Zeit $t = 0$ vom Werte $e_0 i_0 = 140$ ($T_0 F_0 = 30$) den Lichtbogen aus, d. h. entfernt die Spannung momentan ($\beta = \infty$) und legt sie nach Ablauf bestimmter Zeiten wieder an, so erhält man unter Annahme von $\beta = \infty$ für die Zündung, die in Fig. 27 wiedergegebenen Verhältnisse. TF fällt dann nach dem Auslöschen nach der Beziehung

$TF = T_0 F_0 \varepsilon^{-\frac{W}{L} t}$ ab, eine Funktion, die für den gewählten Spezialfall in Fig. 25 eingetragen ist. Aus ihr entnimmt man die Werte von TF, die bestimmte Zeiten nach dem Auslöschen vorhanden sind. Je schneller nach dem Löschen die Spannung wieder angelegt wird, desto größeres TF findet sie noch vor, desto kleinere Spannungen durchläuft demnach die Zündcharakteristik. Das veranschaulicht die wohlbekannte Tatsache, daß man einen Lichtbogen gleich nach dem Auslöschen mit um so niedrigerer Spannung wieder zünden kann, je schneller man diese Spannung wieder anlegt.

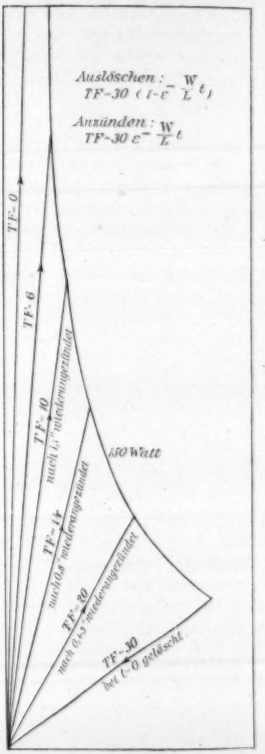


Fig. 27.

Die Zeit, die zwischen Löschen und Zünden bei gegebener Spannung vergehen darf, um ein Wiederzünden zu erzielen, ist um so länger, je größer $\frac{W}{L}$ ist, also bei Kohle wesentlich größer, wie bei Metallen. Wie Versuche von Arons[1]), Duddell[2]) und anderen zeigen, sind bei Metallen außerordentlich kleine Unterbrechungszeiten von der Größenordnung 1/100000 sec schon genügend, TF vollständig auf 0 fallen zu lassen.

b) Der Wechselstromlichtbogen[3]): Die Vorgänge am Wechselstromlichtbogen erhalten wir in erster Annäherung, wenn wir in unsere

1) E. Warburg, Pogg. Ann. **145**, 595, 1872; Wied. Ann. **59**, 1, 1896; **62**, 385, 1897; Drud. Ann. **5**, 811, 1901.
2) Vergl E. Warburg, l. c.
3) Vgl. W. Duddell, The Electrician **46**, 311, 1900.

1) A. Arons, Wied. Ann. **57**, 185, 1896.
2) W. Duddell, Proceedings of the institution of electrical engineers **30**, 1901, part. 148.
3) Die hier zu erklärenden Erscheinungen sind meist zuerst von L. Arons, l. c. beobachtet worden.

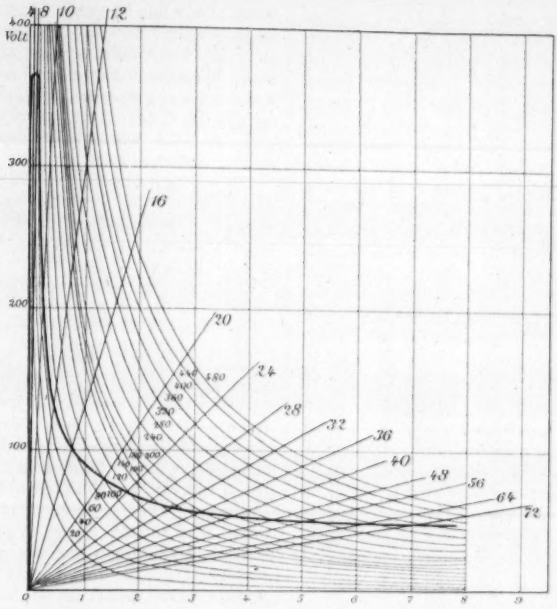


Fig. 28.

Differentialgleichung $ei = e_0 i_0 \sin^2 \omega t$ einsetzen. Streng richtig wäre dieser Ansatz, wenn sowohl Strom wie Spannung sinusförmig verliefen und keine Phasendifferenz gegeneinander hätten.

In Wirklichkeit ergibt sich aber, selbst wenn i sinusförmig ist, ein Spannungsverlauf von dem in Fig. 8 ersichtlichen Typus. Immerhin stellt beim Betrieb der Lichtbogenkreise mit einer sinusförmigen E.M.K. der Ansatz $ei = e_0 i_0 \sin^2 \omega t$ die Wahrheit genügend genau dar, um eine qualitative Übersicht über die auftretenden Erscheinungen zu ermöglichen. Davon überzeugt man sich leicht, wenn man die ei-Kurve für einige der aufgenommenen Kurven konstruiert.

Die Integration der Differentialgleichung

$$e_0 i_0 \sin^2 \omega t = \frac{e_0 i_0}{2} (1 - \cos 2\omega t) =$$

$$WTF + L \frac{d(TF)}{dt}$$

ergibt schließlich

$$TF = \frac{T_0 F_0}{2} \left\{ 1 - \frac{W}{\sqrt{\left(\frac{W}{L}\right)^2 + (2\omega)^2}} \sin(2\omega t + \varphi) \right\} + Ce^{-\frac{W}{L} t}$$

wo φ durch $\operatorname{tg} \varphi = \frac{W}{L \cdot 2\omega}$ definiert ist.

D. h. zwingt man einer Lichtbogenstrecke eine Leistung $ei = e_0 i_0 \sin^2 \omega t$ auf, so verläuft schließlich (wenn das Glied $Ce^{-\frac{W}{L} t} = 0$ geworden ist) TF sinusförmig mit der Periode 2ω um den Wert $\frac{T_0 F_0}{2}$, mit einer Phasenverschiebung gegen ei und einer Amplitude, die durch W, L und ω bestimmt sind.

Berechnet man für bestimmte numerisch definierte Fälle die Werte TF und aus $ei = e_0 i_0 \sin^2 \omega t$ zu denselben Zeiten t die zugehörigen Werte ei, so definieren die Schnittpunkte der zusammengehörigen Leistungshyperbeln und TF-Strahlen die dynamischen Kurven, die somit ganz exakt auf die statische Kurve bezogen erscheinen und aus ihnen für jeden besonderen Fall konstruiert werden können.

Die Fig. 29 und 30 enthalten das Resultat einer solchen Berechnung und Konstruktion.

Fig. 28 ist das $(ei)(TF)$ Diagramm der statischen Charakteristik, die zugrunde gelegt

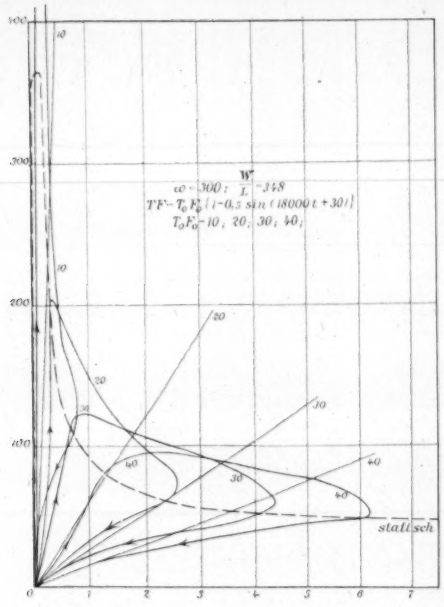


Fig. 29.

wird. Dieselbe ist nach der von Frau Ayrton für Homogenkohlen festgelegten Beziehung $e i = 40 + 46 i$ konstruiert, wie sie nach den Ayrtonschen Messungen für einen Lichtbogen von ca. 1 mm Homogenkohlen gilt. Die Zündcharakteristik, für die die Ayrtonsche Gleichung nicht gilt, ist nach willkürlicher Schätzung im Diagramm angenommen.

Es ergeben sich Kurven von genau dem Typus, wie sie durch die Versuche unter 8. gewonnen wurden. Insbesondere ergibt sich die Lichtbogenhysteresis in der Weise, wie die Versuche gezeigt haben.

Fig. 29 gibt die dynamischen Kurven für

$$\omega = 300; \quad \frac{W}{L} = 348,$$

$$T_0 F_0 = 10; 20; 30; 40,$$

$$e_0 i_0 = 50; 100; 150; 200, \quad W = 5.$$

Die Variation von $T_0 F_0$ entspricht dem Falle der Fig. 20 und 21, wo durch Variation des Vorschaltwiderstandes die maximale Stromstärke verändert wurde. Man sieht, daß die Theorie genau mit den Ergebnissen des Versuches übereinstimmt. Die Spannungsmaxima liegen um so höher, und rücken zu um so niedrigeren Stromstärken, je niedriger die maximale Stromstärke gewählt wird. Der einsetzende Strom jeder Halbperiode findet eben um so höhere TF-Werte noch vor, je höhere vorher vorhanden waren

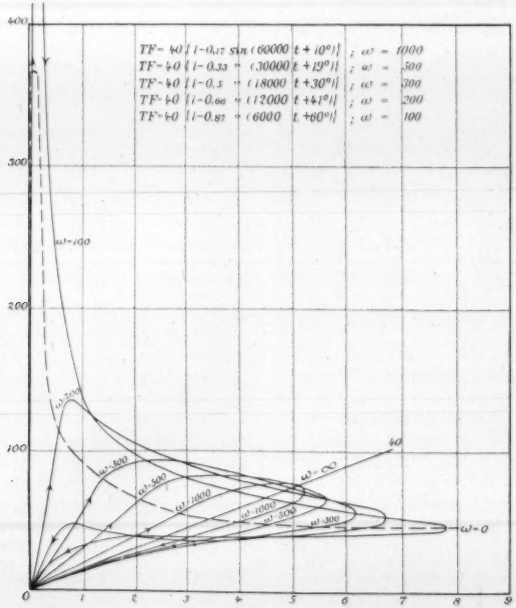


Fig. 30.

Gleichzeitig nimmt genau, wie beobachtet, die Lichtbogenhysteresis zu, d. h. der Unterschied der maximalen Spannungen im steigenden und fallenden Ast nimmt schnell zu, wie das an den oszillographischen Spannungskurven (Fig. 20) an den Spitzen der Kurven zutage trat.

Man erkennt hier, warum ein Wechselstromlichtbogen erst bei bestimmten Werten der Stromstärke möglich wird, warum also bei Vergrößerung des Vorschaltwiderstandes der Lichtbogen schließlich erlöscht. Bei $T_0 F_0 = 10$ und $c_0 i_0 = 80$ findet der ansteigende Strom der folgenden Halbperiode TF auf der Kathode bereits wieder sehr niedrig vor, so daß jetzt die Erscheinung des Entladeverzuges auftritt, und Charakteristiken gelten, deren Spannungsmaximum höher liegt, als das der statischen Kurve.

Die Stromstärke, die mindestens erreicht werden muß, um den Wechselstromlichtbogen zu ermöglichen, ist unter sonst gleichen Bedingungen um so größer, je größer $\frac{W}{L}$. Je schlechter also die Elektroden die Wärme ableiten, desto leichter kommt ein Wechselstromlichtbogen zustande.

Der Einfluß einer Variation von ω ist in Fig. 30 dargestellt. Man sieht wieder in genauer Übereinstimmung mit den Versuchen (Fig. 22), daß das Spannungsmaximum mit abnehmender Frequenz größer und größer wird und bei immer kleineren Stromstärken liegt. Die extremen Fälle sind $\omega = 0$ (statische Charakteristik) und $\omega = \infty$. Im letzteren Falle behält der Lichtbogen dauernd den Wert $T_0 F_0$, d. h. der negative Krater folgt den Stromschwankungen nicht mehr. Zu jeder Betriebswechselspannung gehört eine bestimmte Mindestfrequenz, unterhalb deren sie den Lichtbogen nicht zu unterhalten vermag. Je höher die Spannung ist, desto kleiner ist die Frequenz, die noch den Lichtbogen ermöglicht. Verkleinert man ω, wie im Versuche (Fig. 22), so muß der Wechselstromlichtbogen bei einer bestimmten Frequenz verlöschen, während gleichzeitig die Lichtbogenhysteresis bis dahin immer größer wird; die erste Spitze an der Spannungskurve wächst immer höher und erhebt sich immer mehr über die zweite Spitze im fallenden Ast.

Ist $\frac{W}{L}$ groß, wie bei den Metallen, so gehören sehr hohe Frequenzen dazu, die Spitze der dynamischen Kurven herunterzudrücken, d. h. bei Metallen sind Wechsellichtbögen kleinerer Spannung nur bei sehr hohen Frequenzen möglich, wie wir sie selbsttätig bei der oszillatorischen Entladung von Leydener Flaschen erhalten. Eine oszillatorische Funkenentladung ist ja nichts anderes als ein Wechselstromlichtbogen zwischen Metallelektroden und unsere Theorie gibt uns ganz klaren Aufschluß über das Phänomen. Namentlich erkennt man auch exakt, daß man sich unter dem Widerstand einer Funkenstrecke nichts denken kann; daß aber die Energieverzehrungen in der Funkenstrecke äußerst verschieden ausfallen müssen, je nach den speziellen Bedingungen des Versuches. Ich hoffe, diese neuerdings durch die Funkentelegraphie in den Vordergrund gerückten Fragen der Funkenentladung auf Grund vorstehender Untersuchungsmethoden demnächst auch quantitativ abschließend behandeln zu können.

$\frac{W}{L}$ hängt in erheblicher Weise von der Form und Größe der Elektroden ab. Es ist kleiner bei dünnen stabförmigen Elektroden, wie bei Kugeln, kleiner bei dünnen wie bei dicken Kugeln. So ergibt sich sogleich der Einfluß der Elektrodenform und -Größe auf die Charakteristik, wie sie sich in der Abhängigkeit des sogenannten Funkenpotentials von diesen geometrischen Faktoren zu erkennen gibt.

Für einen unsymmetrischen Lichtbogen z. B. zwischen Metall und Kohle haben wir die entsprechenden dynamischen Kurven zu kombinieren und übersehen ohne weiteres, daß dann ein Diagramm herauskommt, wie es an einem Kohle-Kupferlichtbogen in Fig. 31 und 32 aufgenommen ist. Man erkennt, daß die sogenannte Ventilwirkung eine notwendige Folge ist aus der Verschiedenheit des $\frac{W}{L}$ auf beiden Elektroden.

Alle Umstände, die eine solche Verschieden-

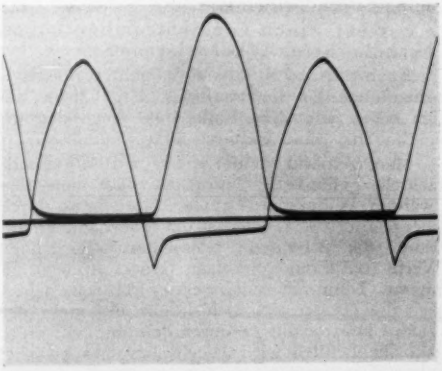


Fig. 31.

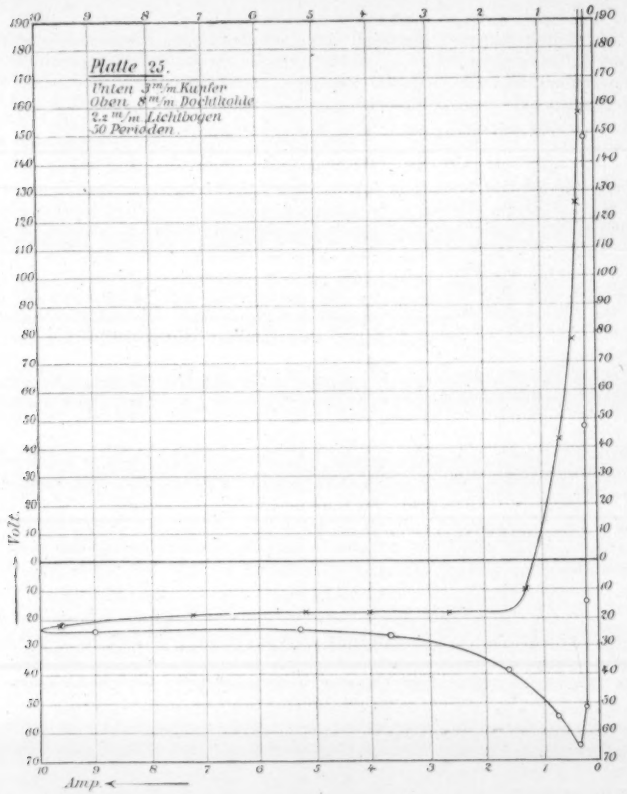


Fig. 32.

heit bedingen, erzeugen stets auch entsprechende Unsymmetrie, also eine mehr oder weniger ausgeprägte Ventilwirkung.

c) Über einen Gleichstromlichtbogen übergelagerter Wechselstrom.

Auch dieser Fall läßt sich leicht rechnerisch behandeln. Er liefert indes Ergebnisse, die sich schon aus dem Falle des Wechselstromlichtbogens ohne weiteres übersehen lassen.

Man bemerkt so die von Duddell[1]) experimentell gefundene Tatsache, daß man den „wahren Widerstand" eines Lichtbogens durch übergelagerten Wechselstrom nur dann erhält, wenn die Frequenz desselben sehr hohe Werte (bei Homogenkohlen 90000 pro sec) annimmt. Denn mit zunehmender Frequenz nähert sich die Hysteresisschleife mehr und mehr der T_0F_0-Linie, um die TF durch den übergelagerten d. h. schließlich wird Wechselstrom schwankt;

1) W. Duddell, Proc. Roy. Soc. **68**, 512, 1901.

$$\frac{de}{di} = \frac{e}{i} = w.$$

Unsere Theorie ergibt quantitativ die erforderliche Frequenz in jedem Falle. Sie zeigt, daß diese Frequenz bei Metallen mit ihrem hohen Werte des $\frac{W}{L}$ sehr viel größer ist wie bei Kohle.

Um den Unterschied zwischen Metall und Kohle übersichtlich hervorzuheben, der nach der hier entwickelten Theorie ihr so verschiedenes Verhalten dem Wechselstromlichtbogen gegenüber charakterisiert, ist die Tabelle auf der nächsten Seite zusammengestellt.

11. Die Erscheinung der Lichtbogenhysteresis, wie sie vorstehend mitgeteilt ist, ist die Ursache für das von Duddell[1]) angegebene Phänomen des selbsttönenden Lichtbogens. Legt man an einen Gleichstromlichtbogen ein schwingungsfähiges System aus Kapazität und Selbstinduktion an, so entzieht dasselbe, indem es sich auflädt, dem Lichtbogen seine Leistungszufuhr, der Lichtbogen sucht auf einer entsprechenden dynamischen Charakteristik zu verlöschen. Inzwischen hat sich die Kapazität aufgeladen und die ei-Zufuhr zum Lichtbogen nimmt wieder zu, d. h. der Lichtbogen wird wieder gezündet. Das geschieht aber, nach den oben kennen gelernten Tatsachen, auf einer Charakteristik höheren Spannungsmaximums, so daß jetzt beim Zündvorgang die Ladung der Kapazität auf die Höhe des Spannungsmaximums der Zündcharakteristik fortgesetzt wird. Alsbald wird jetzt ein labiler Punkt erreicht; das parallel geschaltete System entladet sich durch den Lichtbogen und zwar oszillatorisch, so daß alsbald eine neue Ladungsphase einsetzt und sich der ganze Vorgang fortdauernd wiederholt.

Durch oszillographische Analyse habe ich den Ablauf dieses Vorganges genau verfolgt. Hierüber und über die so gewonnene Theorie des Duddellschen Phänomens werde ich dem-

1) W. Duddell, Proc. of the Inst. of electr. eng. **30**, part 148, 1901.

	Es ist bei	
	Metall	Kohle
W	groß	klein
L	klein	groß
$\frac{W}{L}$	groß	klein
$\frac{W}{L}$ / $\sqrt{\left(\frac{W}{L}\right)^2 + (2\omega)^2}$	Wird erst bei sehr hohen Frequenzen kleiner als 1	Nimmt mit wachsender Frequenz von 1 an ab und erreicht schon bei relativ kleinen Frequenzen kleine Werte
φ	Wird erst bei hohen Frequenzen kleiner wie 90°	Fällt mit wachsender Frequenz von 90° ab und nähert sich schon bei relativ niedriger Frequenz dem Werte 0.

nächst in einer besonderen Mitteilung ausführlich berichten.

12. Die Ergebnisse der vorstehenden Arbeit sind:

a) die Methode der charakteristischen Kurven wurde mit Rücksicht auf die Lichtbogenphänomene zusammenfassend dargestellt und in einigen Richtungen erweitert;

b) es wurde der Begriff der dynamischen Charakteristik eingeführt und zwei Methoden angegeben, die dynamische Charakteristik des Lichtbogens zu ermitteln;

c) mit Hilfe dieser Methoden wurde das Phänomen der Lichtbogenhysteresis gefunden, welche die Analogie zu dem entsprechenden Phänomen bei magnetischen Kreisen bildet;

d) es wurde die Abhängigkeit der Lichtbogenhysteresis von einigen besonderen Versuchsbedingungen festgestellt;

e) es wurde eine exakte Theorie der Lichtbogenvorgänge auf Grundlage der Ionentheorie des Lichtbogens aufgestellt und diskutiert;

f) es wurden die Versuchsergebnisse dieser Arbeit aus der gegebenen Theorie erklärt und zugleich eine exakte Erklärung vieler bisher nicht klar analysierter Beobachtungen an Wechselstromlichtbögen und Funkenentladungen erhalten. Namentlich wurde die Erscheinung des Entladeverzuges, sowie der spezifische Unterschied im Verhalten des metallischen und Kohlelichtbogens auf einfache quantitative Faktoren zurückgeführt;

g) es wurde die Lichtbogenhysteresis als Ursache des Duddellschen selbsttönenden Lichtbogens erkannt.

Göttingen, Physik. Institut d. Universität, Abtlg. f. angew. Elektrizitätslehre, April 1905.

(Eingegangen 3. Mai 1905.)

Über die Lichtenbergschen Figuren und ihre Entstehung.

Von W. Holtz.

Literaturübersicht.

Die hierher gehörige Literatur ist so umfangreich, daß ich mich auf die Hauptsachen beschränke, dasjenige hervorhebend, woran sich meine Versuche knüpfen.

1777 entdeckte Lichtenberg[1]) zuerst einen Anflug der Figuren, nämlich eine große Zahl kleiner Sternchen unter dem aufgehobenen Deckel eines Elektrophors. Später bediente er sich zur Darstellung kleiner Tafeln aus isolierenden Stoffen oder kleiner Blechtafeln, welche mit solchen überzogen waren. Er ließ die Entladung von Flaschen entweder direkt auf diese übergehen, oder stellte auf sie eine Metallröhre, auf deren Knopf er einen Funken schlagen ließ. Dann wurde die Platte mit Harzpulver, Schwefelblumen, Lycopodium oder andern Pulvern bestäubt. Er wußte aber auch schon, daß man die Platte vorher bestäuben könne, wobei die von der Elektrizität betroffenen Stellen dunkel erschienen. Auch wußte er schon, daß beide Figuren im luftverdünnten Raume größer und scheinbar einander ähnlicher seien.

1786 stellte De Luc[2]) die Platten isoliert auf, und brachte auch unterhalb derselben metallische Stäbe an, die er bald ableitete, bald isoliert ließ, um die Figuren vielseitiger zu gestalten. Der Hauptcharakter beider Figuren blieb indessen ungeändert, und meinte er, daß dieser den respektiven Lichterscheinungen entspreche.

1788 führte v. Villarsy[3]) das Pulvergemisch Schwefel und Mennige ein, das man noch heute mit Vorliebe zum Bestäuben gebraucht.

1846 änderte Rieß[4]) die Versuche so ab, daß er ein beiderseits mit Pech überzogenes Blech senkrecht zwischen zwei Spitzen stellte, deren eine er ableitete, während er nach der andern eine Flasche entlud. Dann wurden beide Seiten bestäubt, und so erhielt er beide Figuren auf einmal. Im übrigen fand er, daß die positive unter sonst gleichen Verhältnissen immer größer als die negative sei und daß Figuren überhaupt immer nur infolge einer

1) Comment. Götting. Phys. **8**, 168, 1777; Comment. Götting. Math. 1, 65, 1778; Lichtenbergs vermischte Schrift. **8**, 172. Siehe auch Gehlers Physik. Lex. u. „Elektrophor".
2) De Luc, Neue Ideen über Meteorologie **1**, 390.
3) Voigts Magazin **5** (4), 176.
4) Abhandl. d. Berl. Akad. 1846, 1; Pogg. Ann. **69**, 1; Rieß, Reibungselektr. **2**, 204.

diskontinuierlichen Entladung entstehen. Zur Erklärung des Unterschiedes meint er, daß der zu Beginn der Entladung von der Spitze ausgehende feuchte Luftstrom den Isolator durch Reibung (Faraday) immer zuerst negativ elektrisiere, so daß der weitere Verlauf sich im einen Falle auf einer gleichnamig, im andern Falle auf einer ungleichnamig elektrischen Fläche verbreiten müsse.

1849 fand Wiedemann[1]), vorher bestäubend, auf Kristallen der unregelmäßigen Systeme ovale Figuren vor, immer verlängert in derjenigen Richtung, in welcher auch Licht und Wärme scheinbar eine schnellere Fortpflanzung erfuhren.

1860 fand Reitlinger[2]) unter Benutzung eines Induktionsapparates, die Spitze des Zuleiters so hoch stellend, daß nur der Öffnungsstrom passieren konnte, daß beide Figuren in verdünnter Luft wohl größer, nicht jedoch einander ähnlicher würden. Gegen die Rießsche Hypothese wandte er ein, daß die Figuren nach seinen Versuchen in vollkommen trockner Luft ihre charakteristischen Unterschiede beibehielten. Zu ihrer Erklärung meinte er seinerseits, daß die positive Elektrizität in der Richtung der Fortpflanzung (Plücker) einen gewissen Antrieb habe, welcher der negativen fehle.

1861 experimentierte derselbe[3]) mit verschiedenen Gasen und meinte, daß Größe und Form, zum wenigsten der positiven Figur, in solchen ähnliche Unterschiede zeigten, wie es Faraday für die respektiven Büschel gefunden habe.

1870 untersuchte v. Bezold[4]) genauer die unter verschiedenen Verhältnissen mit dem Induktionsapparat zu gewinnenden Figuren und entdeckte bei dieser Gelegenheit, daß sich in isoliert ausgespannten mit je einem Pole verbundenen Drähten stehende elektrische Wellen bildeten, deren Schwingungsbäuche durch Staubfiguren nachzuweisen seien.

In demselben Jahre schickte Blake[5]) Entladungen gegen schmelzbare Isolatoren, deren Oberfläche dann bei späterer Schmelzung den Lichtenbergschen Figuren ähnliche Eindrücke zeigten.

1872 benutzte v. Bezold[6]) die Elektrisiermaschine und Ebonitplatten, welche an der Unterseite mit Stanniol beklebt waren und schaltete zwischen der geladenen Flasche und dem senkrecht zur Platte gestellten Leiter ein Funkenmikrometer und eventuell noch eine mit Wasser gefüllte Glasröhre ein. Gewöhnlich wurde nach der Entladung bestäubt. Er fand so, daß die positive Figur bei dünneren Platten astreicher und regelmäßiger und daß ihre Äste bei langsamerer Entladung krummer seien. War bei Einschaltung der Wasserröhre vorher bestäubt und wurden nach dem ersten Funken die Kugeln des Funkenmikrometers überbrückt, so setzte sich die Bildung der positiven Figur noch längere Zeit langsam und ruckweise fort. Auf vorher bestäubtem Holz erhielt er ovale Figuren, verlängert senkrecht zur Faserrichtung, die doch andrerseits die Richtung der besseren Wärmeleitung sei. Auch auf Ebonitplatten, die an der Unterseite parallele Stanniolstreifen hatten, erhielt er ovale Figuren. Wie diese orientiert waren, ist nicht gesagt. Im übrigen fand er beide Figuren ähnlich den sie begleitenden Lichterscheinungen und stellte zur Erklärung des Unterschiedes folgende Hypothese auf. An der negativen Elektrode finde eine Luftbewegung vom Leiter abwärts statt, während sie an der positiven nach dem Leiter hingerichtet sei. Dann müßten sich im einen Falle Ringe, im andern Falle Strahlen bilden, wie auf der Oberfläche einer Flüssigkeit mit schwimmenden Partikelchen, wenn aus einer in das Zentrum gestellten Röhre Flüssigkeit ausströmt oder nach innen gesogen wird.

1875 stellte ich[1]) in isolierenden Flüssigkeiten, denen ich diverse Pulver beimischte, mit einer Spitzen- und einer Ringelektrode bei langsamem Elektrizitätsfluß Figuren dar, welche den beiden Lichtenbergschen glichen, nur daß hier der charakteristische Unterschied nur teilweise von der Polarität der Leiter abhängig war.

1876 bewirkte ich[2]) in isolierenden Kittschichten Figuren, welche bei beiden Elektrizitäten der Lichtenbergschen positiven Figur glichen, nur daß sie bei negativer Elektrizität kleiner und weniger verzweigt und die Äste überhaupt und namentlich an den Enden dicker waren.

1878 ließ Lommel[3]) Konduktorfunken auf eine auf einer Ebonitplatte liegende, zugespitzte Messingstange schlagen, worauf sich bei nachheriger Bestäubung eigentümliche, an der Spitze vergrößerte und bei positiver Elektrizität mit Strahlen besetzte Umrisse zeigten.

1879 wandten Mach und Doubrava[4]) gegen v. Bezolds Hypothese ein, daß die Bildung

1) Pogg. Ann. **78**, 404.
2) Wiener Akademieber. **41**, 358.
3) Wiener Akademieber. **43** (2), 25.
4) Pogg. Ann. **140**, 145 u. 541.
5) Sillim. J. (2) **49**, 289.
6) Pogg. Ann. **144**. 337 u. 526,

1) Pogg. Ann. Erg. **7**, 490.
2) Pogg. Ann. **159**, 638.
3) Pogg. Ann. Erg. **8**, 506.
4) Wied. Ann. **9**, 61.

der Figuren bei daneben stattfindenden Explosionen keine Störung erfahre, so daß sich die elektrischen Vorgänge anscheinend schneller abspielten, als Luft sich bewegen könne. v. Bezold[1]) erwiderte, daß die Figuren, wie er an einem Beispiele gezeigt, sich auch sehr langsam bilden könnten.

1880 erweiterte ich[2]) meine Versuche über Figuren in isolierenden Flüssigkeiten und fügte der Mitteilung eine größere Reihe von Abbildungen bei.

In demselben Jahre brachte ich[3]) auf der Oberfläche isolierender Flüssigkeiten durch Spitzenentladungen den Lichtenbergschen Figuren ganz ähnliche Eindrücke hervor. Erst später erfuhr ich, daß solche schon von Reitlinger[4]) gesehen und in seiner Arbeit über Brandes elektrochemische Untersuchungen beiläufig angeführt waren. Aber ich fand zugleich, daß man unter Benutzung eines hölzernen Leiters auch mit positiver Elektrizität die negative Ringfigur erzeugen könne.

1881 konstatierten Reitlinger und Wächter[5]) zunächst mit dem Induktionsapparate, daß bei disruptiver Entladung nur von der positiven Elektrode Teilchen abgerissen würden. Dann stellten sie, durch meine letztgenannte Beobachtung angeregt, eine längere Versuchsreihe über die Lichtenbergschen Figuren mit der Elektrisiermaschine an. Hierbei wurden Stäbchen respektive Elektroden von sehr verschiedenem Leitungsvermögen, auch Flüssigkeiten und Kristalle benutzt und entweder direkt mit dem Konduktor der Maschine oder mit dem Knopf einer geladenen Flasche verbunden. Zur Unterlage dienten Harz- oder Glasplatten, und es wurde nach der Elektrisierung bestäubt. Sie fanden so unter anderem, daß nur bei staubigen oder extra bestäubten Holzstäben mit positiver Elektrizität die reine Ringform entstehe, und daß Turmalin- oder eisenhaltige Quarzkristalle mit senkrecht zur Platte gestellter Hauptachse eigentümliche gemischte Figuren erzeugten. Auf Grund aller Versuche kamen sie zu der Überzeugung, daß die positive Strahlenfigur immer nur durch von der Elektrode fortgeschleuderte feste Partikelchen, die Ringfigur aber, sowohl die positive wie die negative, durch fortgeschleuderte Luftteilchen vorgebildet werde.

1882 stellte Villari[6]) die Versuche so an, daß er die metallische Unterlage einer Glasplatte mit dem äußeren Belag der Flasche verband und so, nachdem erstere vorher bestäubt war, letztere nach dem auf der Platte stehenden Leiter entlud. Er erhielt nun mit beiden Elektrizitäten strahlige Figuren, nur daß die Äste bei negativer blattartige Enden zeigten, welcher Unterschied aber aufhörte, wenn die Platte nur dicht genug bestäubt war.

In demselben Jahre stellte Antolik[1]) Figuren auf mit warmem Wasser gefüllten Glaskolben dar, wobei er nach der Entladung bestäubte. War das Wasser isoliert, so erzeugte positive Elektrizität Ringe, dagegen große Strahlenfiguren, wenn es abgeleitet war. Dann legte er unter eine Glasplatte Stanniol, das er mit der Gasleitung, oder besser mit dem äußeren Belage der Flasche verband, die er nach einer auf der Platte stehenden Metallspitze entlud, worauf er jene bestäubte. Er erhielt so mit beiden Elektrizitäten strahlige Figuren, nur daß bei negativer die Strahlen respektive Äste seltener, aber dicker waren und haarflechtenähnliche Enden hatten. Nebenbei waren die Äste eigentümlich umsäumt. Als Anhänger der Reitlinger- und Wächterschen Hypothese meint er, daß die Strahlen durch von der Elektrode losgerissene Partikelchen, die Umsäumung durch fortgeschleuderte Luft gebildet werde.

In demselben Jahre meinte Bauer[2]), daß man einfachere und zugleich schönere Figuren erzeuge, wenn man nur Lycopodium verwende und vor der Entladung bestäube.

1883 machte Righi[3]) darauf aufmerksam, daß man den Leiter nach der Entladung isoliert abheben müsse und daß er auch keine überflüssigen Spitzen haben dürfe, weil man sonst wegen der Rückströmung gemischte Figuren erhalte.

1887 ließ Wesendonck[4]) auf eine unten abgeleitete Glasplatte aus einer galvanisch glühenden Drahtöse Funken schlagen und konstatierte, daß die so erzeugten Staubfiguren ungleich größer seien, als wenn die Öse kalt gelassen war.

1888 legte Brown[5]) eine photographische Platte auf Metall und stellte auf die Mitte der Oberseite einen zugespitzten Draht. Er verband beide Leiter mit den Polen eines Induktionsapparates und ließ zur Zeit nur eine Entladung übergehen. So erhielt er auch bei negativer Elektrizität ein Bild mit Zweigen, welche haar- oder federartige Umrisse und Enden zeigten. Ähnliche Bilder auf ähnlichem Wege hatte in demselben Jahre etwas früher schon Trouvelot[6]) entdeckt.

1) Wied. Ann. **11**, 787.
2) Mitt. des nat. Ver. f. Neuvorp. u. Rügen, **12**, 57.
3) Wied. Ann. **11**, 716.
4) Wiener Akademieber. **46** (2), 374, Anm.
5) Wiener Akademieber. **83** (2), 677; Wied. Ann. **14**, 597.
6) Mem. di Bologna (4) **3**, Mai u. Nov. 1882.

1) Wied. Ann. **15**, 475.
2) Wied. Ann. **16**, 68.
3) Acc. Sc. di Bologna (3), **12**, 192.
4) Wied. Ann. **30**, 25.
5) Phil. Mag. (5) **26**, 502.
6) Lum. électr. **30**, 269.

1894 stellte Oberbeck[1]) eine alle möglichen elektrischen Figuren umfassende literarische Übersicht auf.

1895 meinte Thompson[2]), die Strahlenfiguren entständen durch Büschelentladungen, die Ringfiguren durch den elektrischen Wind. Die positive Elektrizität neige eher zu ersteren, die negative eher zu letzterem. Übrigens käme nicht die Natur, sondern nur der Druck des Gases in Betracht.

1896 wurden von Villari[3]) an der Oberfläche einer Crookesschen Röhre elektrische Figuren gesehen.

In demselben Jahre wiederholte Nürnberg[4]) die Versuche von Brown und Trouvelot mit einer Leydener Flasche und erhielt ein ähnliches Resultat.

1898 stellte Blümel[5]) die gleichen Versuche mit gleichem Erfolge wieder mit dem Induktionsapparat an. Dann bestäubte er eine gelatinierte Glasplatte und erhielt nach der Entladung ähnliche Staubfiguren, die aber verkrüppelter waren. Durch vorheriges Behauchen der Platte konnte er die negative Zweigfigur der positiven noch ähnlicher gestalten. Er nahm zur Erklärung der Erscheinungen eine, auch den Isolator durchsetzende, immer aber vom negativen Pole ausgehende elektrische Wellenbewegung an, wonach die positive Figur nur als eine Induktionswirkung zu betrachten sei. Glühende fortgeschleuderte gasige und feste Partikelchen möchten nebenbei mitwirken.

1900 wurden von Riecke[6]) in Röntgenröhren um die Anode herum innerhalb der Fluoreszenzfläche dunkle keulenförmige Streifen und an der Kathode um den sich hier bildenden Fluoreszenzring herum dunkle Dendriten mit kriechender Bewegung gesehen.

In demselben Jahre empfahl Bürker[7]) ein Dreipulvergemisch Karmin — Lycopodium — Schwefelblumen, das die Figuren dem Villarsyschen entgegengesetzt und zugleich schöner färbe.

Apparat und Methode.

Ich benutzte bei meinen Versuchen einen Apparat, den ich auch für die Darstellung der Figuren in Vorlesungen empfehlen möchte, zumal er auch sonst noch zu verwenden ist. Ein zylindrischer Stab (Fig. 1) auf Holzfuß hat einen horizontalen Arm, der mittels einer den Stab umfassenden Hülse nebst Druckschraube verstellbar ist. Stab, Hülse mit Schraube und Arm sind aus Ebonit. Am Ende des Armes sitzt senkrecht eine kurze Messingröhre mit Schlitzen, in der sich eine längere Röhre mit Reibung verschieben läßt. Letztere hat oben eine 3—4 cm große Hohlkugel, unten endet sie in eine schlanke, massive Spitze, die federnd eingesetzt mit andern Stücken vertauschbar ist.

Zur Entladung gebrauchte ich eine Leydener Flasche mittlerer Größe mit einer gleichgroßen Kugel, wie bei der Röhre angegeben ist. Ich lud sie in der Hand an einem Pole einer Influenzmaschine mittlerer Größe, während der andere Pol abgeleitet war. Ich hörte gewöhnlich mit zwei Kurbelumdrehungen auf, da bei vieren schon eine Randentladung zu erfolgen pflegte. Mit solcher Ladung stellte ich dann 4—6 Figuren an, wobei ich die Flaschenkugel der andern, nicht zu langsam, so weit annäherte, bis ein Funke überging. Nach jedem Versuche

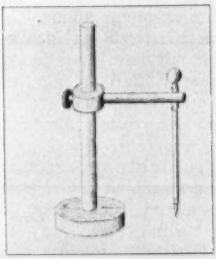


Fig. 1.

wurde der Apparat aufgehoben, der Leiter ableitend berührt und nun eine neue Platte untergelegt.

Als Platten benutzte ich Ebonitplatten, 12 cm breit und lang und 1 mm dick, die ich am meisten empfehlen kann, benutzte aber auch solche, welche dicker oder dünner waren. Runde mögen wohl etwas regelmäßigere Figuren geben, sind aber unbequem, was Herstellung und Handhabung betrifft. Ich gebrauchte viele, um schneller experimentieren zu können, da ich sie nach jedem Versuche abwischen und abwaschen und dann warten mußte, bis sie wieder trocken waren. Bei der Entladung lag die Platte meist auf einem größeren Blechstücke, das auf dem Tische lag, also nicht weiter abgeleitet war. Nur ausnahmsweise verband ich es mit der Gasleitung, nie jedoch mit dem äußern Belag der Flasche, weil die Platten so leicht durchbrochen werden.

Immer wurde die Platte vor der Entladung bestäubt und nur mit Lycopodium, das aus einem mit Gaze verbundenen Pulverglase fiel. Ich sah keinen Nutzen, den Figuren verschiedene Farben zu geben, da das Charakteristische

1) Programmarb. d. Herz. Karls-Real-Gymn. zu Bernburg, Ostern 1894.
2) Proc. Roy. Soc. **58**, 214.
3) Rend. d. Lincei, Apr. 1896.
4) Photogr. Mitth. **33**, 160.
5) Programmarb. d. 7. städtischen Realschule zu Berlin, Ostern 1898.
6) Ann. d. Phys. 1, 414.
7) Ann. d. Phys. 1, 474.

doch nur der Formunterschied ist. Die Elektrisierung an der Gaze durch Reibung hielt ich für bedeutungslos, da ich keinen Unterschied fand, ob ich die Figuren gleich nach der Bestäubung oder einen Tag später erzeugte.

Ovale Figuren.

Nur auf polierten Holzflächen konnte ich direkt Figuren erzeugen, sonst höchstens noch auf altem Tannenholz. Im ersteren Falle mochte aber die obere Holzschicht leitend verändert sein, je nachdem die Flüssigkeit mehr in die Fasern oder mehr in die Zwischenräume gedrungen war. Ich wiederholte deshalb v. Bezolds Versuche in der Weise, daß ich auf die reine Holzfläche eine Ebonitplatte legte und auf dieser die Figuren erzeugte. Es ergab sich, was sich übrigens auch auf polierten Holzflächen zeigte, daß die Figuren senkrecht zur Faserrichtung im allgemeinen länger waren und zwar auch bei negativer Elektrizität, die nur undeutliche Figuren gab. Nun mochten aber alte Hölzer durch das Eintrocknen senkrecht zur Faserrichtung eine größere Leitungsfähigkeit erhalten haben. Ich versuchte deshalb frische, aber hier trat die fragliche Verlängerung eher noch deutlicher hervor.

Nun legte ich unter eine Ebonitplatte einen Stanniolstreifen und beides auf eine dicke Schicht Pappe, die auf dem Tische lag. Mit der Pappe wollte ich die Mitwirkung der Holzfläche eliminieren. Ich erwartete so eine Verlängerung der Figuren in der Streifenrichtung, erhielt aber zu meiner anfänglichen Verwunderung eine starke Verlängerung senkrecht dazu. Ebenso, als ich Platte und Streifen direkt auf den Tisch legte, wie auch immer die Fasern der Holzfläche verliefen. Ich erklärte die Sache so: die elektrische Spitze übt auf den Streifen eine Influenzwirkung aus, durch welche die gleichnamige Elektrizität nach den Enden des Streifens getrieben wird und während der Entladung die Elektrizität der Spitze abstößt. Dies war aber nur möglich bei der mangelhaften Leitungsfähigkeit der Pappe oder der Tischfläche und mußte verringert werden, wenn der Streifen länger als die Platte, und aufgehoben werden, wenn er gut abgeleitet war. Die Versuche bestätigen dies, da ich so nur runde oder in der Streifenrichtung stark verlängerte Figuren erhielt.

Hieraus schloß ich, daß die Spitze auch sonst auf die obere Holzschicht influenzierend wirkt und namentlich in der Richtung der Holzfaser, als der Richtung der besseren Leitungsfähigkeit, und daß die Figuren so senkrecht zu dieser länger werden. In der Tat schien mir die Ovalität größer zu werden, als ich eine Holzplatte statt auf den Tisch auf eine Ebonitplatte legte, und kleiner zu werden, als ich sie auf ein Blechstück legte, und ganz aufzuhören, als ich sie noch mit einem Stanniolstreifen umgab. Wäre meine Vermutung richtig, so würde sie wohl auch für Kristalle gelten. Dann würde sich die Elektrizität in diesen schneller fortpflanzen in einer Richtung, welche senkrecht zur Richtung der schnelleren Fortpflanzung des Lichtes steht.

Die gewöhnlichen Figuren.

Da die Figuren meist so abgebildet werden, wie sie bei nachheriger Bestäubung erscheinen, so habe ich zwei Zeichnungen gemacht, wie ich sie gewöhnlich nach meiner Methode erhielt.

Bei der positiven (Fig. 2) berührt die Spitze am besten die Platte oder steht nur 1—2 mm

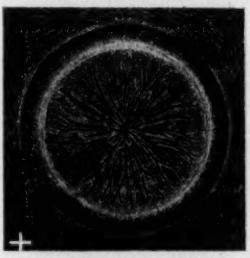


Fig. 2.

davon ab. Bei dünneren Platten sind, wie schon v. Bezold fand, die Äste zahlreicher, aber sie werden auch zahlreicher, wenn die metallische Unterlage besser abgeleitet wird. Feine Strahlen erhält man bei vorheriger Bestäubung überhaupt nicht, sondern eine dunkle mehr blattartige Verzweigung, die manchmal eine feine weiße Mittellinie zeigt. Letztere ist wahrscheinlich der Weg, auf welchem die positive Elektrizität über die Platte ging, nach welcher aus der Nachbarschaft negative hinfloß, um sich mit jenen auszugleichen. In der Ausgleichslinie blieb der Staub liegen, während er an den Seiten von der positiven Elektrizität fortgeschleudert ward. Die dunkle Strahlenfigur ist aber meist noch von einem weißen Ringe umgeben, der eine feine vollkommen radial laufende Schichtung zeigt. Steht die Spitze ferner, so kann man auch mehr als einen Ring erhalten. Das Bild ändert sich im übrigen nur wenig, ob man schlanke oder stumpfe Spitzen, oder Nadeln oder 2 cm große Kugeln nimmt.

Bei der negativen (Fig. 3) steht die Spitze am besten $^1/_2$ cm oder mehr noch von der Platte ab. Man bestäube nur schwach und wende keine zu starke Ladung an. Man erhält dann gewöhnlich 1—2 weiße Ringe und einen mehr oder weniger dunklen Mittelraum. Ein einziger Ring tritt

Fig. 3.

eher bei geringerem Abstande der Spitze und schwacher Ladung auf. Die Ringe zeigen dieselbe Schichtung, wie bei positiver Elektrizität. Ob man Spitze oder kleine Kugel als Elektrode wählt, ist auch hier ziemlich gleich.

War die Platte unten mit Stanniol beklebt, so kann man sie abheben ohne Änderung der Figur, was in Vorlesungen, um sie herumreichen zu können, wünschenswert ist. Auch sonst ist dieser Belag angenehm, weil man die Platte zur Erzeugung einer neuen Figur dann nur an einer Seite abzuwaschen braucht.

War die Platte unbelegt, so läßt sich andrerseits eine interessante Erscheinung konstatieren, wenn man sie nach der Entladung aufhebt und, um überflüssigen Staub zu entfernen, mit der Kante auf den Tisch stößt. Gebundene Elektrizität ist frei geworden, und hiermit hat sie ihre Farbe gewechselt und sieht aus, als ob man nach der Entladung bestäubt hätte. Was dunkel war, ist hell geworden und umgekehrt, aber mir scheint, als ob zu den alten Zweigen noch neue hinzugekommen sind. Fig. 4 zeigt eine

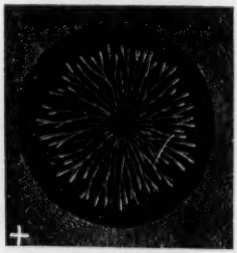


Fig. 4.

so umgewandelte positive Figur, welche entschieden interessanter als die analoge negative ist.

Die positive Ringfigur ohne Zweige.

Wirkt statt der Messingröhre ein Stab aus frischem Holze, oder ein älterer, der mit Wasser wieder angefeuchtet ist, unten zugespitzt, oben mit der Metallkugel armiert, so erhält man auch mit positiver Elektrizität Figuren, wie sonst mit negativer, nur daß der Innenraum weniger staubfrei ist. Hierbei muß die Spitze aber über $^1/_2$ cm abstehen, die Platte nur dünn bestäubt und die Ladung nicht zu stark sein. Andernfalls erhält man gleichzeitig Verzweigungen. Solche erhält man auch, wenn man auf die Holzspitze eine Metallkugel steckt. Daß man reine Ringfiguren nur erhält, wenn der Holzstab völlig staubfrei ist, wie Reitlinger und Wächter meinen, habe ich nicht bestätigt gefunden. Daß die bei verzögerter Entladung auftretende Verzweigung krummere Äste hat, wie v. Bezold meint, habe ich auch nicht konstatieren können.

Gegen v. Bezolds Hypothese.

Bei negativer Elektrizität soll Luft von der Spitze fort, und bei positiver nach derselben hingetrieben werden. Entstehen so auch bei nachheriger Bestäubung Figuren, muß natürlich angenommen werden, daß es elektrisierte Luft sei, und daß diese die Platte elektrisiere. Nun geht aber eine Luftbewegung immer von elektrischen Spitzen fort, wie ein vor diesen befindliches, aus Glimmerblättchen bestehendes Flügelrädchen zeigt. Daß es auch unter den vorliegenden Verhältnissen so ist und auch bei positiver Ladung, das dürften, glaube ich, nachfolgende Versuche beweisen.

Ich legte zu beiden Seiten der Spitze, bald näher, bald ferner, kleine runde Ebonitstäbchen. Sie rollten bei jeder Entladung eiligst von der Spitze fort. Ich legte statt ihrer kleine Stückchen einer dünnen Ebonitplatte hin. Auch sie wurden stets sichtbar nach auswärts verschoben. Ob dies durch den Luftstoß oder durch direkte elektrische Abstoßung geschah, ist gleich, da Luft doch auch nur durch letztere fortgeschleudert werden kann. Dann erzeugte ich auf der bestäubten Platte mittels eines schwachen Luftstromes aus einem kleinen Blasebalge zunächst einen runden staubfreien Raum, stellte die Spitze in seine Mitte und entlud die Flasche nach ihr. Es entstand die positive Figur, soweit die Platte bestäubt war, während der Innenraum völlig staubfrei blieb. Ein Luftstrom nach der Spitze hin hätte doch Staub in diesen mit sich reißen müssen.

Aber ich möchte auch bestreiten, daß mechanisch oder elektrisch fortgeschleuderte Luft krummlinige und verästelte Wege beschreibt, wie sie es doch müßte, wenn sie die stets gekrümmten oder verästelten Strahlen erzeugen sollte. Um hierin noch klarer zu sehen, sog ich Luft aus einer größeren Flasche, an die sich eine Glasröhre mit Hahn schloß, und öffnete

diesen, als jene umgekehrt über der bestäubten Platte hing. Bei geringem Abstand der Röhre entstand ein runder dunkler Fleck, da alles Pulver voraussichtlich in die Flasche flog, bei größerem erhielt ich einige radiale Streifen, vermutlich an Stellen, wo die Platte eine geringere Glätte besaß.

Unter besondern Verhältnissen kann nach einer Spitze auch Luft hinströmen, wenn sie nämlich abgeleitet im Innern eines scharfkantigen Ringes steht und man diesen elektrisiert. Etwas Staub wird dann in der Tat von dem Ringe nach innen getrieben, aber immer noch mehr von der Spitze nach außen durch die an ihr erzeugte Influenzelektrizität.

Gegen Reitlingers und Wächters Hypothese.

Die negative Figur soll durch fortgeschleuderte Luft, die positive nur durch von der Elektrode abgerissene feste Partikelchen entstehen. Man muß annehmen, daß die Platte erst durch letztere elektrisiert wird, da die Figuren auch bei nachheriger Bestäubung entstehen.

Ich habe versucht, gedachte feste Partikelchen vorher abzufangen und zu zeigen, daß die positive Figur auch so gebildet wird. Ich umgab die Spitze mit Öl, Venetianischem Terpentin, Wachs und Siegellack, oder schloß sie in vielfältige Seide ein. Auch ließ ich die Entladung zunächst durch ein vorher elektrisch durchbohrtes Glasstück von $^1/_2$ cm Dicke gehen. Immer erhielt ich auch so die positive Figur. Aber man könnte sagen, daß es die festen Partikelchen der Umhüllungen wären, die sie hervorgerufen hätten. Ich ließ unterhalb der Spitze ein kleines Flämmchen entstehen, indem ich sie durchbohrte und durch eine seitliche Röhre Gas zufließen ließ. Auch so erhielt ich die positive Figur. Aber man könnte sagen, daß die Entladung nicht von der Flamme aus, sondern von der Spitze durch die Flamme gegangen wäre.

Nun stellte ich die Spitze in einen Ebonitring, welcher genau der Platte anlag und erhielt auch hierbei die positive Figur. Ich erhielt sie auch noch, als ich unter Spitze und Ebonitring ein rundes Scheibchen von Seide legte, so daß die Entladung zwischen Platte und Seide durchzudringen gezwungen war. Hier kann man doch nicht sagen, daß es die von letzteren losgerissenen Partikelchen gewesen seien, die sie erzeugten. Übrigens fehlte in allen genannten Versuchen der die Strahlen sonst meist umsäumende Ring, weshalb auch die mit negativer Elektrizität so erzeugte Figur stets undeutlich war.

Meine Haupteinwände aber sind, daß kleinste nur mikroskopisch sichtbare Teilchen die bei vorheriger Bestäubung vorhandenen viel größeren Massen schwerlich fortbewegen können, sowie, daß fortgeschleuderte Teilchen nur grade und radial gerichtete Wege beschreiben können. Letzteren Einwand anlangend stellte ich noch folgenden Versuch an. Ich bestäubte die Platte nicht, wohl aber stellte ich die Spitze in ein Häufchen von Lycopodium. Nach der Entladung erhielt ich nur kürzere Streifen, welche nebenbei ihrer Mehrzahl nach völlig radial gerichtet waren.

Ein hübsches Vorlesungsexperiment.

Gegen beide Hypothesen will ich noch ein Experiment anführen, das ich gleichzeitig als Vorlesungsversuch empfehlen möchte. Es ist die Modifizierung eines Versuchs, den, wie angegeben, schon v. Bezold anstellte, aber nur mit positiver Elektrizität, und ohne daraus analoge Schlüsse zu ziehen. Nimmt man den Holzstab so, wie ich ihn für die positive Ringfigur empfahl, doch ohne Kugel, und die Spitze ganz auf die Platte gesetzt, und bringt den Flaschenknopf in dauernde Berührung mit dem oberen Stabende, so wird man folgende Wahrnehmungen machen. Die positive Figur wird langsam, aber ruckweise immer größer, wobei sich bei jedem Ruck ein leises Knistern vernehmen läßt, und man sieht zugleich, wie der Staub an den eben elektrisierten Stellen fortfliegt und hierbei stets nach außen, nie nach innen geworfen wird. Bei negativer Elektrizität wächst die Figur auch langsam, aber stetig, wobei ein Teil des Staubes wellenförmig nach außen geschoben wird, aber nicht in einer Kreiswelle, sondern in Wellen, die an der Spitze beginnen und aneinanderstoßend einige radiale Linien bilden. Die Staubwellen aber schreiten so langsam fort, daß, wenn Luft sich so langsam bewegte, sie den Staub gar nicht verschieben würde. Fig. 5 zeigt die negative Formation in einem gewissen Stadium. Die innerhalb der blattartigen Auswüchse sichtbaren krummen

Fig. 5.

Linien zeigen den Weg der lokalen Verschiebungen an.

Eine schwache Andeutung solchen wellenartigen Fortschreitens sieht man aber auch bei der positiven Figur, meist zu Anfang, zuweilen aber auch innerhalb des ruckweisen Fortschreitens der Verästelung. Man sieht also, daß die stetige Entladung intermittierend mit der disruptiven abwechseln kann. Beim Anblick dieser Erscheinungen drängt sich der Gedanke auf, daß die Figuren auch sonst der Hauptsache nach ebenso, nur schneller entstehen.

Bei längern oder ganz trockenen Stäben sieht man nichts weiter, als daß um die Spitze herum allmählich ein dunklerer Raum entsteht, gleichviel, welcher Art die Elektrizität sei.

Die negative Zweigfigur.

Die negative Zweigfigur ist erst seit 1882, seit den Versuchen von Antolik und Villari bekannt, welche sie erhielten, als sie möglichst unverzögerte Flaschenentladungen, oder Entladungen auf dicht bestäubte Glasplatten schlagen ließen. Als ich die Bilder sah, fiel mir sofort der negative Büschel mit Stiel und Zweigen ein, den ich 1875 entdeckte[1]) und wiederholt noch später verfolgte. Als ich kürzlich die Lichtenbergschen Figuren studierte, lag es daher nahe zu versuchen, ob die Mittel, welche jenen begünstigten, auch die Darstellung der analogen Figur begünstigen würden.

So wählte ich statt der Spitze zunächst größere Kugeln, dann umgab ich diese mit vielfältigem Seidenzeug, oder ich ließ die Entladung zunächst durch ein Häufchen Seidenpapier gehen, oder ich ließ aus der durchbohrten Spitze Gas ausströmen und versuchte noch ähnliches mehr. Kurz, ich stellte Versuche an, welche die Glimmentladung unterdrücken, und dadurch die Büschelentladung begünstigen sollten. Aber ich erreichte nur, daß die Ringe unregelmäßiger wurden und Risse oder Zacken zeigten, als ob sie in einzelne Teile zerfallen wollten, was noch deutlicher hervortrat, als ich das Metallblech mit der Gasleitung verband. Zweige erhielt ich aber erst, als ich dicht bestäubte und dann schon mit der einfachen Spitzenelektrode. Auch, als ich statt des Lycopodiums Mehl und Kreidepulver nahm, erhielt ich sie leicht, wenn der Staub nur dicht genug war. Dichter Staub dürfte also der Glimmentladung sehr hinderlich sein, was sich auch darin ausspricht, daß die positiven Ringe mit Holzstab so nicht recht gelingen wollen. Wahrscheinlich wirkt eine Gelatineschicht ähnlich, weshalb sich bei der Photographie der analogen Lichterscheinung auch die Zweigfigur zeigt.

Aus den erhaltenen Figuren wählte ich die beste zur Wiedergabe aus (Fig. 6), bemerke aber, daß die dunklen Blätter oft auch breiter und eckiger sind. Interessant ist, daß häufiger als bei der positiven, die Blattenden eine weiße Mittellinie zeigen. Vor allem sind die Zweige aber dicker und krummer, dabei ihrer ganzen Länge nach wie mit Haaren besetzt und mit besenartigen Enden versehen. Ich finde auch

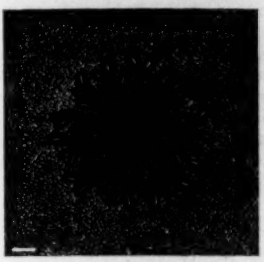


Fig. 6.

nicht, wie es andre gefunden haben, daß bei noch dichterer Bestäubung die heterogenen Figuren einander ähnlicher werden. Es bleiben dieselben Unterschiede, wie sie in freier Luft die Büschel zeigen, wenn man den negativen auch mit Stiel und Zweigen erscheinen läßt.

Mehrfache Zentren.

Man erhält leicht viele kleine Figuren nebeneinander, wie bekannt, wenn man statt der Spitze eine Scheibe benutzt und nach der Entladung vorsichtig abhebt und zwar ebensogut bei positiver als negativer Elektrizität. Der Grund ist, weil die Entladung dann gleichzeitig aus verschiedenen Punkten des Leiters auf die Platte geht. Etwas anderes ist es, wenn man bei Anwendung einer Spitze gleichzeitig viele Figuren erhält. Solche mehrzentrige Figuren liefert aber nur die positive Elektrizität und zwar dann, wenn die Spitze mehr als $1\frac{1}{2}$ cm Abstand hat. Das Ganze ist so hübsch, daß ich ein solches Bild abgezeichnet habe (Fig. 7).

Fig. 7.

1) Pogg. Ann. 158, 493.

Der Grund ist natürlich, daß in diesem Falle nicht der Stiel, sondern die Zweige eines Büschels die Platte treffen. Deshalb sind die kleinen Figuren auch größer nach der Mitte hin und die Äste einer jeden länger an der Außenseite als an der Innenseite.

Mehrfache Ringe.

Die mehrfache Ringbildung erscheint mir wichtig genug, um darüber noch einige Mitteilungen zu machen. Ich gab bei den gewöhnlichen Figuren an, daß man eher mehr Ringe erhalte, wenn die Nadel der Platte ferner steht. So ist es nur innerhalb geringer Entfernungen; bei größeren nimmt die Ringzahl mit weiterer Entfernung ab. Zuletzt verschwindet der Ring ganz, wenn auch bei positiver Elektrizität immer noch die Zweigfigur kommt. Mehrzentrige Figuren sind auch stets ohne Ringe. Neben der Entfernung hängt die Ringbildung noch von andern Faktoren, der Schärfe der Spitze, Güte der Ableitung und Stärke der Ladung ab, aber auch von Zufälligkeiten; denn man erhält oft der Ringe weniger, wenn man deren mehr erwartet hat. Bei negativer Elektrizität gibt es mehr als bei positiver, gleichviel, ob bei letzterer Zweig- und Ringfigur oder nur die Ringfigur kommt. Im Maximum zählte ich einmal sieben, die alle konzentrisch waren. Ein ähnliches Bild ist in Fig. 8 dargestellt. Meist sind auch alle kon-

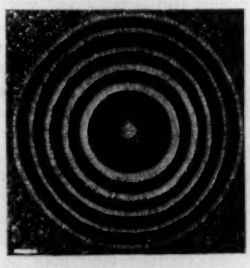


Fig. 8.

zentrisch; nur vereinzelt ist der eine oder andre mehr nach einer Seite ausgedehnt. Die äußeren Ringe sind durchgängig schmäler, zuweilen kann es aber auch anders sein.

Das Interessanteste ist, daß die Ringe nicht auf einmal, sondern daß die äußeren später als die inneren entstehen. Zuweilen sieht man das ohne weiteres. Aber es läßt sich auch zeigen, wenn man die Flaschenkugel noch einmal der andern annähert, um einen zweiten Funken zu gewinnen. Man sieht dann deutlich, wie die etwa neugebildeten Ringe die alten überspringen. Hieraus ergibt sich auch der Mechanismus der mehrfachen Ringbildung. Es ist einfach eine Entladung in Partialentladungen im Rießschen Sinne, wie sie bei jeder verzögerten Entladung resultiert. So viel Ringe, so viel partielle Entladungen. Wahrscheinlich wird auch die Zweigfigur in ebensovielen Akten fertig gestellt. Bei positiver Elektrizität mag jede mit Glimmlicht beginnen und mit Büschellicht abschließen. Bei negativer können es für gewöhnlich nur Glimmentladungen sein.

Lineare Figuren.

Um die Ringbildung weiter zu prüfen, stellte ich noch folgende Versuche an. Ich ließ den Zuleiter schräge stehen, was sich leicht durch Drehung des horizontalen Armes in genannter Hülse bewirken ließ. Die Platte erhöhte ich durch Unterlegklötze, wandte aber keine metallische Unterlage an. Als Elektrode gebrauchte ich eine sehr schlanke Spitze, einen 7 mm dicken Draht, der 17 mm lang konisch gefeilt war. Die Spitze stand immer $1\frac{1}{2}$ cm von der Platte ab.

Ich begann mit negativer Elektrizität und erhielt unter den angegebenen Verhältnissen bei einer Neigung von 45° eine Staublinie, welche senkrecht zur Projektionslinie des Stabes und 2—3 cm hinter der Spitze lag (Fig. 9).

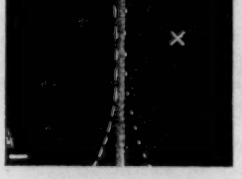


Fig. 9.

Man denke sich die Spitze über dem Kreuz und die Kugel oben nach links geneigt. Bei weniger schräger Stellung war die Staublinie krumm, wie die punktierte Kurve, bei schrägerer krumm, wie die gestrichelte Kurve zeigt. Letztere Kurve erhielt ich auch, als der Stab der Platte parallel gestellt war. Immer lag die Mitte 2—3 cm hinter der Spitze; nach hinten verschob sich auch der Staub; und kamen mehrere Linien durch dieselbe Entladung, so schritten die späteren rückwärts über die früheren fort. Ganz dasselbe erhielt ich bei positiver Elektrizität, als ich statt des Leiters einen gleichgeformten Holzstab nahm.

Bei einer Stange mit stumpfer Spitze oder dünnen zugespitzten Drähten erhielt ich nur Ellipsen, welche senkrecht zur Projektionslinie

länger waren, oder ganz unregelmäßige, auch mehrzentrische Figuren, an denen ich nichts besonderes sah.

Aus obigen Versuchen aber schien mir zu folgen, daß die Glimmentladung die Spitze senkrecht zu ihrer Mittellinie zu verlassen sucht, oder gar in der Fläche eines Kegels, dessen Basis hinter der Spitze liegt. Um dies weiter zu prüfen, legte ich die Platte auf eine Ebonitstange, also weit vom Tische, wobei ich natürlich das Leiterstativ gleichfalls erhöhen mußte. Ich erhielt aber keine stärkere Krümmung, als die gestrichelte Linie, was ich doch erwartet hatte.

Zur Erklärung des Unterschiedes.

Zunächst kommt die Frage in Betracht, ob Elektrizität sich in der Luft auch ohne diese, oder nur mit dieser fortbewegen kann. Ich glaube ersteres, obwohl der bekannte Versuch im absoluten Vakuum dagegen spricht. Hiernach glaubte ich dann weiter, daß bei der Entstehung der Lichtenbergschen Figuren die Luft überhaupt eine Nebenrolle spielt.

Wir kennen außer der Funkenentladung noch zwei eigenartige Entladungsformen, die sich stetig und gleichmäßig nach allen Seiten bewegende Glimmentladung und die disruptiv und nur in bevorzugten, mehr und mehr verzweigten Linien fortschreitende Büschelentladung. An einer positiven Spitze können beide Entladungsformen statthaben, an einer negativen hat für gewöhnlich nur die Glimmentladung statt[1]), weil hier in dieser die Elektrizität so reichlich abfließt, daß die für die Büschelentladung nötige höhere Spannung fehlt. Dies mag daher kommen, daß der Sauerstoff der Luft, von der positiven Elektrode angezogen und an ihr verdichtet, hier eine Art von isolierender Hülle erzeugt, die das Glimmlicht beeinträchtigt, während an der negativen Elektrode eine solche Hülle fehlt. Aber man kann an dieser künstlich das Glimmlicht behindern. Dann findet auch an dieser eine Büschelentladung statt.

Die Entladungen elektrisieren die Platte, so daß bei Vorbestäubung das mitelektrisierte Pulver von den stärker elektrischen Stellen fortgeworfen wird, während es bei Nachbestäubung nach eben denselben hingezogen wird. Die Glimmentladung elektrisiert die Platte gleichmäßig, aber nicht ganz gleichmäßig, da die Ringe meist eine feine Schichtung zeigen, während die Büschelentladung sich auf bevorzugte Linien beschränkt. Unterdrücken wir bei positiver Elektrizität den Büschel, so erhalten wir auch hier nur den Ring. Erzwingen wir bei negativer den Büschel, so erhalten wir auch hier die Zweigfigur. Ersterenfalls sind beide heterogene Figuren einander völlig ähnlich. Letzterenfalls behalten sie die für die analogen Büschelerscheinungen charakteristischen Unterschiede bei.

So sehe ich in den Unterschieden der Figuren nur die Unterschiede der Entladungsformen, gebe aber zu, daß manches Einzelne der Erscheinungen, z. B. bei konstantem Zufluß, oder schrägem Leiter, noch unverständlich ist. Ich halte es deshalb auch für verdienstlich, die Lichtenbergschen Figuren noch weiter zu verfolgen, und dies nicht bloß im Interesse der Figuren, sondern zugleich der Entladungsformen, insonderheit der heterogenen Büschel, deren Unterschiede, wenn auch ihrem Aussehen nach bekannt, ihrer Ursache nach noch ein Rätsel sind.

(Eingegangen 28. April 1905.)

1) Glimmlicht heißt wohl eigentlich eine Lichterscheinung ohne Geräusch. Aber man nennt auch den kleinen stiellosen negativen Büschel so. Ich glaube auch, daß dieser, vom Geräusche abgesehen, eine dem Glimmlicht ganz ähnliche Wirkung hat.

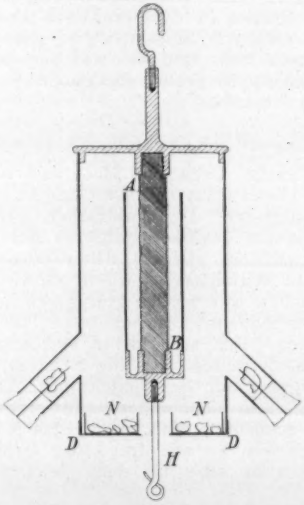
Über eine Abänderung der Elster und Geitelschen Isolierhaken.

Von A. Gockel.

Bei Bestimmungen der Radioaktivität der Atmosphäre nach der von Elster und Geitel ausgearbeiteten Methode machte ich die Wahrnehmung, daß die von den genannten Herren beschriebenen[1]) Isolierhaken, so vortrefflich sie auch sonst isolieren, nicht nur bei nässendem Nebel, sondern auch fast regelmäßig nach Sonnenuntergang den Dienst versagten. Um die erwähnte Tageszeit bedecken sich im Freien aufgestellte Gegenstände mit einer Wasserhaut, auch wenn das geschützt aufgestellte Hygrometer oder das Psychrometer eine verhältnismäßig geringe relative Feuchtigkeit angibt. Das Eindrehen von Nuten in den Hartgummistab und die Trocknung mit Natrium konnte die Isolierung nicht verbessern. Bei reichlicher Anwendung von Natrium läuft man auch Gefahr, daß bei Bewegung der Haken durch den Wind etwas Natrium an den Ebonitstab kommt und die Isolierung ganz verdirbt. Versuche, die ich mit verschiedenen Arten von Isolatoren machte, sowie die guten Resultate, die Schering mit der von ihm angegebenen[2]) Isolierungsvorrichtung erhielt, führten mich schließlich auf die nebenstehend gezeichnete Konstruktion. Der mit Nuten versehene Ebonitstab trägt an seinem unteren Ende eine Metallfassung, in welche der zur Aufnahme des zu radioaktivierenden Drahtes dienende Metallhaken eingeschraubt ist. Dieselbe Fassung trägt ein den Ebonitstab

1) Diese Zeitschr. **3**, 306, 1902.
2) Göttinger Inauguraldissertation 1904, Seite 29.

schützendes Rohr. Mit seinem oberen Ende sitzt der Hartgummistab in einem weiteren Metallzylinder. Der Deckel DD, welcher diesen Zylinder abschließt, hat eine Öffnung, welche den Haken H frei hindurchgehen läßt. In dem Deckel sitzt ferner eine zur Aufnahme von Natrium bestimmte Büchse NN. Außerdem sind zur Aufnahme von Natrium die beiden seitlichen Röhrenstutzen bestimmt. Luft hat, wie man sieht, nur durch die untere enge Öffnung Zutritt. Sie muß, ehe sie den Ebonitstab erreicht, über das Natrium wegstreichen, und da feuchte Luft auch leichter ist, als die B umgebende trockene, so ist ein Eindringen feuchter Luft in den Raum um B nach Möglichkeit verhindert.



Die beschriebenen Isolierhaken werden von der Firma Günther & Tegetmeyer in Braunschweig in sehr solider und gefälliger Art ausgeführt. Ich habe bis jetzt bei jeder Wetterlage damit die besten Erfahrungen gemacht. Das Potential der mit dem zu aktivierenden Drahte verbundenen Hochspannungstrockensäule hat sich auch unter sehr ungünstigen Umständen auf über 2000 Volt erhalten.

Es ist selbstverständlich, daß bei den im Eingang geschilderten Witterungsverhältnissen auch die Isolation eines im Freien aufgestellten Hochspannungselektrometers Not leidet. Wo es die Örtlichkeit erlaubt, wird man dieses Elektrometer, ebenso wie die Trockensäule am besten im Zimmer aufstellen und vermittels eines durch die Fensteröffnung geführten Drahtes mit dem Versuchsdraht verbinden. Auch ein mit mindestens einer Glasscheibe versehener Kasten, von dem eine Wand nur so weit durchbohrt, daß sie einen Draht mit genügendem Spielraum frei durchläßt, bietet Schutz wenigstens gegen Tau. An trüben Wintertagen habe ich mir auch öfters damit geholfen, daß ich das Elektroskop auf einen im Ofen erwärmten Stein, wie sie hier unter dem Namen Wärmesteine in den Handel kommen, stellte. Diese Steine können auch zur Erwärmung der Hochspannungssäule dienen, deren elektromotorische Kraft bei niederen Temperaturen sinkt.

Freiburg (Schweiz), im April 1905.

(Eingegangen 22. April 1905.)

Untersuchungen über die Grundlagen der Dreifarbenphotographie.

Von J. Precht und E. Stenger.

In einer Reihe von Arbeiten[1]) haben wir Beiträge zur Entscheidung der Frage geliefert: Wieweit ist es mit Hilfe der gegenwärtigen Mittel der Dreifarbenphotographie möglich, eine der Empfindung des menschlichen Auges ähnliche Wiedergabe der natürlichen Farben zu erreichen?

Bekanntlich erfolgen die drei Teilaufnahmen durch gefärbte Gelatinefilter, die aus dem Spektrum einen blauen, einen grünen und einen orangeroten Teil aussondern. Das Blaufilter nützt nur das bei etwa $\lambda = 465$ gelegene Eigenmaximum der Bromsilbergelatine aus, das Grün- und Orangefilter benützen die Empfindlichkeitsmaxima, die dem Bromsilber durch Anfärben in diesen Spektralbezirken erteilt werden können. Sogenannte panchromatische Handelsplatten dieser Art sind gewöhnlich mit einem einzigen Farbstoff angefärbt, der zwei Sensibilisierungsmaxima, verschoben nach längeren Wellen gegen die Absorptionsmaxima, ergibt. Die von uns benutzten Perchromoplatten haben ein stärkeres Maximum um $\lambda = 580$ und ein schwächeres um $\lambda = 530$. Soll Weiß mit solchen Platten wiedergegeben werden, so müssen die drei Teilbilder für Weiß gleiche Deckung aufweisen, denn man ist bei der Methode der additiven Farbenmischung zum Beispiel durch Projektion genötigt, von drei Lichtbündeln gleicher Intensität auszugehen, um mit Hilfe der Projektionsfilter wieder Weiß zu erzielen. Um die gleiche Deckung der drei Teilbilder zu erreichen, ist ein Belichtungsverhältnis erforderlich, das abhängt von der Absorption der Filter und der Farbenempfindlichkeit der Schicht. Die von den Filtern durchgelassenen Bezirke müssen also die

1) Wir geben hier einen kurzen Überblick über Abhandlungen, die zum Teil erschienen, zum Teil im Druck sind, unter Betonung der wesentlichen Resultate.

drei Maxima enthalten und außerdem müssen die Filter in der Intensität der Färbung auf die Intensität des betreffenden Maximums „abgestimmt" sein. Für eine Reihe gebräuchlicher Platten und Filtersorten haben wir das zu gleicher Deckung der Teilbilder bei Aufnahme einer weißen Fläche erforderliche Belichtungsverhältnis ermittelt.[1]) Zu solchen Bestimmungen muß man eine Lichtquelle konstanter, spektraler Zusammensetzung bei konstanter Intensität verwenden. Anwendung von Tageslicht ist also ausgeschlossen. Wir benutzten eine indirekte Bogenlichtbeleuchtung von konstantem Energieverbrauch, deren spektrale Zusammensetzung einer mittleren Tagesbeleuchtung nahekommt. Mit steigendem Energieverbrauch der Bogenlampe ändert sich ihre spektrale Zusammensetzung, auch soweit die chemische Wirksamkeit der drei Filterbezirke in Betracht kommt, in der nach den Strahlungsgesetzen vorauszusehenden Weise: mit steigender Temperatur nehmen die kürzeren Wellen verhältnismäßig schneller an Intensität zu.[2])

Da Dreifarbenaufnahmen natürlich im allgemeinen bei Tageslicht hergestellt werden und dessen optische Zusammensetzung nach früheren Untersuchungen (z. B. Else Köttgen) starken Schwankungen unterworfen ist, so kann natürlich auch von einer Konstanz des Belichtungsverhältnisses hinter den drei Filtern keine Rede sein. Wenn man für praktische Zwecke vorschreibt, daß alle Aufnahmen mit demselben Filterverhältnis gemacht werden sollen, so ergeben sich daraus notwendig stark fehlerhafte Resultate in der Farbenwiedergabe. Es fehlt indessen gegenwärtig noch an einem hinreichend einfachen Instrument, um jederzeit die relativen Mengen der drei Filterstrahlungen zu ermitteln.

Wie groß die Schwankungen im Tageslicht sein können, ist durch eine große Zahl von Bestimmungen des Belichtungsverhältnisses unter sehr verschiedenen meteorologischen Umständen nachgewiesen worden.[3]) Dabei hat sich ergeben, daß, ähnlich wie bei den optischen Messungen, auch die chemische Wirksamkeit des Grün und Orange verhältnismäßig stärkeren Veränderungen unterliegt, als die des Blau. Für geringe Lichtstärken ist ganz allgemein die Belichtung hinter dem Grün- und Orangefilter im Vergleich zur Blaubelichtung zu verlängern.

Um Zahlen zu geben, sei erwähnt, daß z. B. ein bei sonnigem Wetter gefundenes Verhältnis 1 : 3 : 9 für Blau : Grün : Orange sich unter sonst gleichen Bedingungen bei sehr trübem Wetter in 1 : 6 : 25 änderte. Die Ursache dieser relativ stärkeren Änderung des Grün und Orange gegenüber dem Blau kann einmal in wirklichen Änderungen der Zusammensetzung des Tageslichtes ihren Grund haben, andererseits ist aber zu bedenken, daß die Schwärzungskurven für das Licht der drei Filterbezirke vielleicht nicht gleiche, sondern verschiedene Funktionen zwischen Lichtmenge und Dichtigkeit[1]) sein können.

In einer weiteren Untersuchung[2]) haben wir daher für das Licht der drei Filterbezirke die gesetzmäßige Beziehung zwischen Schwärzung (gewöhnlich Dichtigkeit genannt) und Belichtung ($i \cdot t$) aufgesucht. Man stellt diesen Zusammenhang am besten dar, indem man als Abszissen die Logarithmen der Belichtung aufträgt. In Übereinstimmung mit den bekannten Erfahrungen bei der Schwarz-Weiß-Photographie zeigen die erhaltenen Kurven in dem praktisch wichtigsten Bereich mittlerer Schwärzungen geradlinigen Verlauf, und zwar sind sie, was gar nicht vorauszusehen war, im großen und ganzen parallel, d. h. die Abstufung

$$a = \frac{D_1 - D}{\lg i_1 t_1 - \lg i \cdot t}$$

ist für Orange, Grün und Blau sehr nahe die gleiche. Dieser nahe parallele Gang ist in Übereinstimmung mit der praktischen Erfahrung, daß in einem gewissen mittleren Bereich alle Weißintensitäten gleiches Filterverhältnis ergeben. In Wirklichkeit verläuft die Grünkurve etwas flacher, was wir der geringeren Intensität des Grünmaximums der benutzten Plattensorte zuschreiben. Für sehr kleine und sehr große Lichtmengen ändert sich die Schwärzung nur sehr langsam mit der Belichtung. Die Abstufung ist also klein und wird für große Lichtmengen schließlich Null, wenn das Maximum der Dichtigkeit für alle drei Filter erreicht ist, was wiederum nahe bei dem gleichen Werte eintritt.

Hier ist demnach eine der Grenzen des Dreifarbenverfahrens erreicht, insofern, als alle Farbenintensitäten von da ab mit konstantem Helligkeitswert wiedergegeben werden. Dann ist das Maximum der Sättigung für die betreffende Farbe, welches durch das entsprechende Projektionsfilter dargestellt wird, erreicht. Verglichen mit der Empfindung des Auges liegt hierin übrigens kein prinzipieller Mangel, da ja auch für das Auge von einer gewissen Reizstärke ab die Unterschiedsempfindlichkeit Null wird.

Was die bei der logarithmischen Darstellung geradlinigen Stücke der drei Schwärzungskurven betrifft, so entsprechen diese sehr gut dem in

1) Zeitschr. f. wiss. Phot. **2**, 410, 1904.
2) Zeitschr. f. wiss. Phot. **3**, 36, 1905.
3) Zeitschr. f. wiss. Phot. **3**, 27, 1905.

1) Dichtigkeit $D = \lg \frac{i}{i_1} = f(\lg i \cdot t)$. Daß diese so definierte Schwärzung proportional der ausgeschiedenen Silbermenge ist, hat eine Untersuchung von Sheppard und Mees (Proc. Roy. Soc. **74**, 447, 1905) aufs neue bestätigt.
2) Revue Suisse de Photographie 1905, im Druck.

gewissen Grenzen der Intensität ganz analogen Verhalten des menschlichen Auges. Ein Unterschied besteht insofern, als für die photographische Platte der Wert der Abstufung (siehe oben) größer ist und durch den Kopierprozeß häufig, z. B. bei Diapositivplatten, noch mehr gesteigert wird. Dies hat zur Folge, daß die Farbenkontraste der Wirklichkeit gegenüber zu groß erscheinen und damit den Eindruck einer Farbenpracht hervorrufen, die der kritischen Vergleichung nicht standhält. Interessant ist, daß, bedingt durch die gegenseitige Lage der drei Schwärzungskurven, welche von der spektralen Zusammensetzung der benutzten Lichtquelle abhängt, für einen gewissen Bereich relativ kleiner und relativ großer Lichtmengen ähnliche Verhältnisse der Dichtigkeit beobachtet werden, wie man sie für Intensitätsverhältnisse beim Auge als Purkinjesches Phänomen bezeichnen würde. Mit der Hefnerlampe fand sich z. B. für kleine Intensitäten normales, für große Intensitäten umgekehrtes Purkinje-Phänomen.

Schon H. W. Vogel[1]) hat darauf aufmerksam gemacht, daß man bei Silbereosinplatten die besondere Eigenschaft der besseren Wiedergabe der Farbenwerte nur dann voll ausnutzt, wenn man die Entwicklungszeit nicht zu kurz bemißt. Man hat das — es ist unentschieden, mit welcher Berechtigung — durch die geringere Zahl der gefärbten Körner im Verhältnis zur Gesamtzahl zu erklären versucht. Ähnliche Ergebnisse finden sich bei Dreifarbenplatten.[2]) Die Angabe eines bestimmten Filterverhältnisses, das zur Erreichung gleicher Dichtigkeit der Teilbilder bei Aufnahme einer weißen Fläche eingehalten werden muß, ist nur dann eindeutig, wenn man zugleich in ganz bestimmter Weise über Art und Dauer der Entwicklung verfügt. Für eine konstant gehaltene Reihe von Belichtungen ändert sich das Verhältnis der Schwärzungen von Blau:Grün: Orange bei Änderung der Entwicklungsdauer in dem Sinne, daß für längere Zeiten die Grün- und Orangewerte relativ schneller wachsen als die Blauwerte. Bei Eisenoxalat war ein konstanter Zustand nach etwa drei Minuten erreicht, der dann weiterhin sich nur durch Anwachsen des Schleiers ändert, und zwar für diejenige Farbe am meisten, die den kleinsten absoluten Wert der Dichtigkeit ergeben hat. Man muß also passend die Entwicklung nach Erreichung des konstanten Zustandes abbrechen. Die Grün- und Orangewerte können sich gegen die Blauwerte mit fortschreitender Entwicklungszeit um z. B. 25 bis 55 Proz. verschieben, wodurch die Bedeutung dieses Einflusses hinreichend hervortritt.

Der angenähert parallele Verlauf der Schwärzungskurven für die drei Filterbezirke stimmt recht gut mit der Vorstellung, daß die Absorption des Farbstoffes nur das Mittel ist, dem Bromsilberkorn die zu seiner Aufspaltung nötige Energie zuzuführen, und daß der weitere Prozeß dann für alle Wellenlängen in gleicher Weise verläuft. Wenn dem so ist, muß auch ungefärbtes Bromsilber parallele Schwärzungskurven für die drei Filterbezirke ergeben. Das hat sich in der Tat in sehr schöner Weise bestätigt gefunden.[1]) Natürlich besteht ein wesentlicher Unterschied in der zur Erreichung gleicher Dichtigkeit aufzuwendenden Lichtmenge. Für die Dichtigkeit 0,8 findet sich zum Beispiel, daß man für Grün 372 mal, für Orange 427 mal so lange belichten muß, als für Blau unter den von uns angewandten Bedingungen. Die Leistung des Farbstoffes besteht also in der Abkürzung der Expositionszeit. Sieht man davon ab, so gibt ungefärbte Bromsilbergelatine, wie praktische Proben bestätigt haben, genau das gleiche Resultat.

Ein ganz wesentlicher Mangel aller derartigen Untersuchungen besteht darin, daß man sich im allgemeinen auf relative Angaben beschränken muß, wie sie den zufälligen, bisweilen schwer eindeutig festzulegenden Versuchsbedingungen entsprechen. Wir sind deswegen dazu übergegangen, für derartige Fälle, ebenso wie zur Untersuchung der Sensibilisierung der Farbstoffe, Strahlungsmessungen auszuführen und verweisen in dieser Beziehung auf die beiden folgenden Mitteilungen.

Noch auf einen Umstand, der den Umfang der Farbenwiedergabe nach der Filtermethode stark beeinträchtigt, sei in diesem Zusammenhang hingewiesen. Auch bei den besten neueren Farbstoffen nimmt die Steigerung der Bromsilberempfindlichkeit jenseits von $\lambda = 600$ ganz außerordentlich ab. Meist reicht sie stark abgeschwächt bis 620, selten bis 650. Nun vermag das Auge nach den Untersuchungen von König und Dieterici und von Brodhun und Uhthoff Nuancenunterschiede noch bis zur Wellenlänge 660 zu erkennen und von da ab läßt sich die Empfindung allein durch Änderung der Intensität erreichen. Diesem Verhalten kann man photographisch erst dann nahekommen, wenn ein Farbstoff zur Verfügung steht, der dem Bromsilber ein Empfindlichkeitsmaximum bei etwa 650 verleiht.

1) Handbuch d. Photographie, 4. Aufl., **2**, 255, 1894. — Phot. Mittlgn. **27**, 63, 1890.

2) Zeitschr. f. wiss. Phot. **3**, 67, 1905.

1) Revue Suisse de Photographie 1905, im Druck.

Hannover, 9. April 1905.
Physik. Inst. d. Techn. Hochsch.

(Eingegangen 12. April 1905.)

Energiewerte der chemischen Strahlung hinter Dreifarbenfiltern.

Von J. Precht und E. Stenger.

Ein lichtempfindlicher Körper, wie Bromsilbergelatine, nutzt von der zugestrahlten Energie nur einen gewissen Bruchteil aus, der unmittelbar nicht gemessen werden kann. Meßbar ist dagegen die nach Einwirkung des Entwicklers reduzierte Silbermenge. Diese darf der ausgenutzten Energie proportional gesetzt werden, denn es ist nachgewiesen, daß unter gewissen Vorsichtsmaßregeln im Entwickler nur das reduziert wird, was wirklich im Lichte chemisch verändert wurde.[1]) Diese niedergeschlagene Silbermenge ist ihrerseits proportional der Größe, die man allgemein als Dichtigkeit bezeichnet. Wir setzen also die Dichtigkeit proportional der chemisch ausgenutzten Energie und stellen nun die Frage nach dem Verhältnis der chemisch ausgenutzten Energie zur gesamten zugestrahlten Energie. Dieses Verhältnis bekommt den Charakter einer Maßeinheit, wenn wir ein für allemal über die Art der Entwicklung verfügen. Das wollen wir auf Grund früherer Untersuchungen[2]) in der Weise tun, daß wir eine Entwicklung in Eisenoxalat von 18° C und drei Minuten Dauer zur Bedingung machen.

Nach dieser Methode haben wir zunächst den einfachen Fall behandelt, daß wir die Dichte pro Einheit der zugestrahlten Energie ermitteln für die in einer früheren Untersuchung[3]) gegebenen Werte der Dichtigkeiten auf Perchromoplatten, die hinter Dreifarbenfiltern belichtet sind. Zu ergänzen waren also für den vorliegenden Zweck die Energiemessungen.

Versuchsanordnung. Eine Rubenssche Thermosäule steht in Verbindung mit einem Drehspulgalvanometer von 169,5 Ohm Widerstand, das bei 1000 Skalenteilen Skalenabstand eine Empfindlichkeit von 3×10^{-9} Amp. hat. Bei uns war der Skalenabstand 111,4 cm, was 557 Skalenteilen entspricht. Zur Skalenbeleuchtung diente eine gegen die Thermosäule sorgfältig abgeschirmte Nernstlampe. Zu den Energiemessungen sind dieselben Strahlungsquellen benutzt worden, die bei der photographischen Aufnahme verwendet wurden, nämlich elektrische Glühlampen, die mit konstanter Spannung brannten. Gemessen wird bei einem Abstand von 30 cm von der Thermosäule der Ausschlag, den die Gesamtstrahlung gibt, und die Ausschläge, die den Strahlungen durch die vor der Thermosäule angebrachten Filter entsprechen. Vor und nach jeder Einzelmessung wird der Nullpunkt kontrolliert und der Mittelwert dieser Messungen für die Bestimmung des Ausschlags verwendet. Die Nullpunktsschwankung betrug durchschnittlich 0,4 Skalenteile, überschritt jedoch nicht 0,9 Skalenteile.

Im folgenden geben wir eine willkürlich herausgegriffene Messungsreihe.

Nullpunkt	Mittel	Ausschlag	Differenz
97,8		59,2	38,7
98,0	97,9	59,0	39,1
98,2	98,1	59,0	39,3
98,3	98,3	59,0	39,1
97,9	98,1	58,5	39,3
97,7	97,8	Mittel:	39,1

Resultate. Die Ergebnisse unserer Messungen sind in den folgenden Tabellen für die Strahlung der Glühlampe und die der Hefnerlampe zusammengestellt. Die Berechnung der Energiewerte ist unter Benutzung des von K. Ångström[1]) bestimmten Wertes für die Gesamtstrahlung der Hefnerlampe aus 1 m Entfernung

$$215 \cdot 10^{-7} \text{ g-cal sec}^{-1} \text{ cm}^{-2}$$

vorgenommen. Die letzte Reihe der Tabellen enthält den prozentischen Anteil der von den Filtern hindurchgelassenen Strahlung, bezogen auf die Gesamtstrahlung.

Tabelle 1.

Glühlampe.

	Gesamtstrahlung	Strahlung hinter Blau-Filter	Grün-Filter	Orange-F.
Ausschlag (30 cm Entfernung)	799	391	515	457
Energie in g-cal sec^{-1} cm^{-2} $\times 10^{-7}$ (1 m Entfern.)	1292	632	832	739
In Prozenten	100	48,9	64,5	57,2

Hefnerlampe.

	Gesamtstrahlung	Strahlung hinter Blau-Filter	Grün-Filter	Orange-F.
Ausschlag (30 cm Entfernung)	134	35	44	42
Energie in g-cal sec^{-1} cm^{-2} $\times 10^{-7}$ (1 m Entfern.)	215	56	70	67
In Prozenten	100	26,2	32,7	31,2

Zu der letzten Reihe der Tabellen ist zu bemerken, daß ersichtlich bei der Glühlampe die

1) J. Precht u. E. Englisch, Arch. f. wiss. Phot. **2**, 179, 1900.

2) J. Precht u. E. Stenger, Zeitschr. f. wiss. Phot. **3**, 67, 1905.

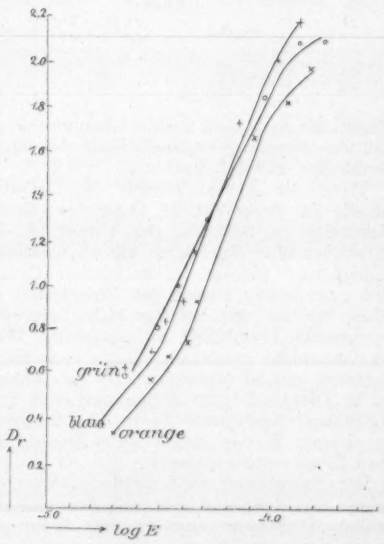
3) Revue Suisse de Photographie 1905, im Druck.

1) K. Ångström, diese Zeitschr. **3**, 257, 1902.

drei Filter außer den Bezirken, durch die sie im sichtbaren Teil des Spektrums charakterisiert sind, noch beträchtliche Mengen ultraroter Strahlung hindurchlassen. Man könnte diese Teile, als im allgemeinen photographisch unwirksam, abblenden, würde aber dann erstens nicht mehr in Übereinstimmung mit den Bedingungen der Aufnahme sein, bei der auch alle durch Glas hindurchgehende Energie der empfindlichen Schicht tatsächlich zugeführt wird, und zweitens bliebe die Willkürlichkeit, daß für jede Platte mit einem weiter ins Rot sich erstreckenden Sensibilisierungsbezirk eine andere Art der Abblendung notwendig wäre. Arbeitet man mit dem Spektrum, wie wir das zur Bestimmung der Energiekurve der Sensibilisatoren gegenwärtig tun, so fällt der besprochene Umstand von selbst weg, da man dann zum Beispiel für je 50 Angström das Verhältnis Dichtigkeit/aufgewandte Energiemenge zu bilden hat. Dieses wird dann an allen Stellen ohne Empfindlichkeit gleich Null.

Berechnung der Versuche. Aus den in der früheren Arbeit gegebenen Kurven (Dichtigkeit als Funktion von $\log i \cdot t$) haben wir zur Energieberechnung diejenigen Werte herangezogen, für welche die logarithmische Abhängigkeit durch eine gerade Linie dargestellt wird. Dieser Bezirk umfaßt die Dichtigkeiten von etwa 0,4 bis 2,0. Die betreffenden Belichtungen sind alle mit einer Glühlampe von nominell 32 Kerzen ausgeführt, deren optisch gemessener Wert während der Versuche zwischen 35,05 und 34,83 Hefner lag. Bei der Energiemessung betrug dagegen der optisch gemessene Wert für dieselbe Lampe bei der stets konstant gehaltenen Spannung von 110 Volt nur noch 33,74 Hefner. Wir haben uns für berechtigt gehalten, den der größeren Lichtstärke entsprechenden Energiewert mit Hilfe des gemessenen zu extrapolieren, was in Anbetracht der geringen Änderung der Lampe sicher wesentliche Fehler nicht bedingt. Die so erhaltenen Strahlungswerte sind nach Umrechnung auf die bei der Belichtung angewandte Entfernung mit der Expositionszeit und außerdem noch mit der Zahl multipliziert, die sich nach obiger Tabelle 1 für das Verhältnis der durch das Filter hindurchgegangenen Energie zur Gesamtenergie ergibt.

Die folgende Tabelle 2 enthält die so bestimmten Energiewerte mit den zugehörigen Dichtigkeiten. Gleicher Dichtigkeit entsprechende Energiegrößen sind leichter aus der gegebenen Kurvendarstellung [1]) zu entnehmen. Sie zeigt, daß die zur Erzeugung der gleichen Dichtigkeit erforderlichen Energiemengen bei Belichtung hinter den angewandten Grün- und Blaufiltern [2])



nahe gleich sind, während für dieselbe Dichte im Orange eine um etwa 20 Proz. größere Energie aufgewandt werden muß, natürlich immer bezogen auf die angewandte Plattensorte

1) Die Abszissen bezeichnen Logarithmen der Energie.
2) Die durchgelassenen Spektralbezirke sind: für Blau $\lambda = 415$ bis 475, für Grün $\lambda = 515$ bis 575, für Orange $\lambda = 580$ bis 680.

Tabelle 2.

Blau			Grün			Orange		
D	Energie in g-cal $\sec^{-1}\,cm^{-2} \times 10^{-7}$ (1 m Entfernung)	log Energie	D	Energie in g-cal $\sec^{-1}\,cm^{-2} \times 10^{-7}$ (1 m Entfernung)	log Energie	D	Energie in g-cal $\sec^{-1}\,cm^{-2} \times 10^{-7}$ (1 m Entfernung)	log Energie
0,37	174	0,241—5	0,60	230	0,362—5	0,35	204	0,310—5
0,61	232	0,365—5	0,81	306	0,486—5	0,54	272	0,435—5
0,69	290	0,462—5	1,01	383	0,583—5	0,67	339	0,530—5
0,84	348	0,542—5	1,15	459	0,662—5	0,75	407	0,610—5
0,95	406	0,609—5	1,32	536	0,729—5	0,95	475	0,677—5
1,74	721	0,858—5	1,84	951	0,978—5	1,66	843	0,926—5
2,02	1082	0,034—4	2,09	1427	0,154—4	1,84	1265	0,102—4
2,19	1442	0,159—4	2,09	1902	0,279—4	1,99	1687	0,227—4

unter den vorhin festgesetzten Bedingungen der Entwicklung.

Zur Beurteilung der Empfindlichkeit der photographischen Platte hat es einiges Interesse, die äquivalenten Arbeitswerte anzugeben. Sie finden sich in der folgenden Tabelle 3 zusammen mit den daraus berechneten Werten der Dichtigkeit für 1 $\frac{\text{Erg}}{\text{Sek}}$. Letztere Werte

Tabelle 3.

D	Blau		Grün		Orange	
	Erg/Sek.	D pro 1 Erg $\text{sec}^{-1} \times 10^{-4}$	Erg/Sek.	D pro 1 Erg $\text{sec}^{-1} \times 10^{-4}$	Erg/Sek.	D pro 1 Erg $\text{sec}^{-1} \times 10^{-4}$
0,4	762	5,2	712	5,6	896	4,5
1,8	3485	5,2	3649	4,9	4811	3,7

können wir nach dem vorhin Gesagten als ein Maß der Strahlungsempfindlichkeit der photographischen Platte betrachten.

Trotz der Anschaulichkeit der Definition hat die in dieser Tabelle 3 gegebene Größe: Dichte/Erg pro Sekunde, den Übelstand, daß ein solcher Wert der Dichte nie zur wirklichen Beobachtung gelangt. Aus diesem Grunde wird man häufig besser den Energiewert angeben, welcher der auf der Platte stets vorkommenden Dichtigkeit 1 entspricht. Nach der Kurventafel gehört zur Dichte 1 ein Strahlungswert von im Mittel $428 \cdot 10^{-7}$ g cal sec^{-1} cm^{-2}. Diesem ist ein Arbeitswert von 1793 Erg/Sekunde äquivalent. In $6\frac{1}{2}$ Stunden würde ein Gramm Wasser durch diese Energie um einen Grad erwärmt werden.

Der Energiewert der Schwelle, welcher der kleinste Strahlungswert sein soll, der noch eine meßbare Dichtigkeit ergeben hat, findet sich für die Dichte 0,02 (Blauschwelle unserer früheren Versuche) zu 124 Erg/Sek. Für weißes Licht ist dieser als Strahlungsempfindlichkeit bezeichnete Wert schon früher von Ebert[1]) bestimmt. Rechnen wir Eberts Zahl, 1 Erg, die aus der Energiegröße der Lichtstrahlung der Hefnerlampe erhalten ist, auf die Gesamtstrahlung und den neueren von Angström bestimmten Wert derselben um, so findet sich 61 Erg, also ein Wert, der jedenfalls der Größenordnung nach mit dem unsrigen übereinstimmt.

Bildet man für den nahe geradlinigen Teil der charakteristischen Kurve das Verhältnis des kleinsten zum größten Wert der Energie nach Tabelle 2, so findet sich übereinstimmend für alle drei Filterbezirke 1 : 8,3. Es scheint uns wichtig, darauf hinzuweisen, daß für das menschliche Auge nach den Untersuchungen von A. König und E. Brodhun[2]) die logarithmische Abhängigkeit zwischen Empfindung und Reiz, also die Gültigkeit der psychophysischen Fundamentalformel, für alle Wellenlängen erwiesen ist in einem Intensitätsbereich, dessen Grenzen sich wie 1 : 10 verhalten.

Wir sehen die Bedeutung unserer Messungen zunächst nur in der Feststellung der Größenordnung der Energie, welche zur Erreichung einer bestimmten Dichtigkeit zugestrahlt werden muß. Für die chemische Umsetzung wird nur ein gewisser Bruchteil davon ausgenützt.

Hannover, 12. März 1905.
Physik. Inst. d. Techn. Hochsch.

(Eingegangen 12. April 1905.)

1) Ebert, Eders Jahrbuch **8**, 14, 1894.
2) A. König, Gesammelte Abhandlungen, Leipzig 1903, S. 116.

Strahlungsempfindlichkeit von Bromsilbergelatine gegen weißes, grünes und orangerotes Licht.

Von J. Precht und E. Stenger.

Im Anschluß an frühere Arbeiten (siehe vorstehende Mitteilung) haben wir auch für gewöhnliche Bromsilbergelatine die Beziehungen zwischen eingestrahlter Energie und Dichtigkeit des Silberniederschlages festgestellt. Die den Dichtigkeitswerten entsprechenden Strahlungsgrößen sind mit Hilfe derselben Faktoren berechnet, die sich in der vorstehenden Mitteilung finden und über deren thermoelektrische Messung dort eingehend berichtet wurde. Wir geben daher hier unmittelbar die Resultate, wobei bemerkt sei, daß bei diesen Platten die Entwicklungsdauer (Eisenoxalat) zwei Minuten betrug.

Vergleichen wir zunächst die absoluten Energiewerte der Reizschwelle, so finden sich für diejenigen Stellen der Platten, an denen das Auge noch eben eine Schwärzung wahrzunehmen vermag, folgende Zahlen:

Tabelle I.

	Energie in gr-cal sec^{-1} $\text{cm}^{-2} \times 10^{-7}$ (1 m Entfernung)	Erg/Sek.	Verhältnis
Weiß . . .	1,04	4	1
Grün . . .	166,7	698	175
Orange . . .	295,6	1239	310

Man muß allerdings sagen, daß insbesondere bei grüner und orangefarbener Belichtung der

Anstieg der Dichtigkeit so langsam erfolgt, daß diesen Schwellen eine praktische Bedeutung kaum beizumessen ist.

Das Gebiet der normalen Dichten, und damit der geradlinig aufsteigende Teil der Kurven beginnt erst etwa bei der Dichte 0,35. In der folgenden Tabelle stellen wir für diesen Teil die Strahlungsgrößen mit ihren Dichten zusammen. Die dritte Kolonne enthält die Arbeitsäquivalente in Erg/Sek.

Legt man durch diese Beobachtungen die sich am besten anschmiegende Gerade, so hat

Tabelle IV.

	D	Energie in gr-cal-sec^{-1} cm^{-2} × 10^{-3}	Erg . 10^3/ Sek.	Verhältnis
		Maximum		
Weiß .	1,48	1,29	5,4	1
Grün .	1,31	60,93	2553	47
Orange .	1,40	189,1	7923	146
		Solarisation		
Weiß .	1,39	47,23	1979	1
Grün .	1,39	7268	304 500	154
Orange .	1,29	6444	270 000	136

Tabelle II.

Weiß			Grün			Orange		
D	Energie in gr-cal-sec^{-1} cm^{-2} × 10^{-7} (1 m Entfernung)	Erg/Sek.	D	Energie in gr-cal-sec^{-1} cm^{-2} × 10^{-7} (1 m Entfernung)	Erg/Sek.	D	Energie in gr-cal-sec^{-1} cm^{-2} × 10^{-7} (1 m Entfernung)	Erg/Sek.
0,39	41,4	173	0,34	8346	34 970	0,34	14 800	62 010
0,51	62,1	260	0,58	16690	69 940	0,48	22 210	93 020
0,61	82,8	347	0,73	25040	104 900	0,59	29 610	124 000
0,72	103,6	434	0,82	33380	139 900	0,61	37 010	155 000
0,77	124,3	520	0,90	41730	174 800	0,69	44 410	186 000
0,84	145,0	608	0,95	50080	209 800	0,72	51 810	217 100
0,94	258,4	1083	0,97	58420	244 800	0,98	84 750	355 100
1,05	387,6	1624	1,05	95550	400 400	1,05	127 100	532 500
1,12	516,8	2165	1,14	143300	600 400	1,13	169 500	710 200

man für diese gegen die Abszissenachse die Neigungswinkel

bei Weiß $35^0\,54'$,
„ Grün $39^0\,3'$,
„ Orange $39^0\,45'$.

Mit Hilfe dieser Geraden haben wir die Energiewerte für die Dichten 0,4, 0,7, 1,0 abgelesen und die Verhältnisse derselben bezogen auf Weiß gebildet, wie folgende Zusammenstellung zeigt.

Tabelle III.

	log Energie	Energie in gr-cal-sec^{-1} cm^{-2} × 10^{-7} (1 m Entfernung)	Verhältnis
		$D = 0{,}4$	
Weiß . . .	0,580—6	38	1
Grün . . .	0,000—3	10000	263
Orange . . .	0,305—3	20180	531
		$D = 0{,}7$	
Weiß . . .	0,990—6	98	1
Grün . . .	0,360—3	22910	234
Orange . . .	0,660—3	45710	466
		$D = 1{,}0$	
Weiß . . .	0,400—5	251	1
Grün . . .	0,730—3	53700	214
Orange . . .	0,010—2	102300	417

Endlich schließen wir noch die Werte für das Maximum der Dichtigkeit und den Beginn der Solarisation an.

Abgesehen von dem absoluten Betrag der Energiegrößen für die ausgezeichneten Stellen der Schwärzungskurven bieten unsere Zahlen noch das besondere Interesse, daß sich auf Grund der Strahlungsmessung nun eine Vorstellung von der relativen chemischen Wirksamkeit von farbigem Licht, wie es durch die angewandten Filter geht, zu der chemischen Wirkung des Weiß gewinnen läßt, wobei diese weiße Belichtung im wesentlichen das bei etwa 4650 gelegene Maximum der Empfindlichkeit ungefärbten Bromsilbers ausnutzt. Eine Übersicht dieser Verhältnisse enthält die Tabelle V.

Tabelle V.

	Schwelle	$D = 1{,}0$	Beginn des Maxim.	Beginn der Solaris.
Weiß . . .	1	1	1	1
Grün . . .	175	214	47	154
Orange . .	310	417	146	136

Man erkennt, wie das gegenseitige Verhältnis von Grün und Orange für die Schwelle und die normalen Dichten nahe das gleiche ist, nur ist wegen der so außerordentlich langsamen Zunahme der Dichtigkeit von der Schwelle aus bis zum Gebiet des geradlinigen Stückes das Verhältnis zum Weiß für den geradlinigen Teil ungünstiger. Diesen zweiten Wert des Verhältnisses für die Dichte 1 muß man dagegen als den maßgebenden betrachten, da ja die in diesem Gebiet liegenden Dichten für jede Art photographischer Aufnahme die wichtigsten sind. In der Wahl der Maximalpunkte ist eine gewisse durch die Gestalt der Schwärzungs-

kurven bedingte Willkür, die sich nicht vermeiden läßt. Für die Solarisation finden wir auch unter Berücksichtigung der Energiemessung eine teilweise Überlegenheit des Orange.

Zum Schluß machen wir darauf aufmerksam, daß auch bei ungefärbtem Bromsilber die Abstufung sehr nahe die gleiche ist unter weißer, grüner und roter Beleuchtung bei gleicher Zunahme der Energie, wenn erst der Schicht eine Energiemenge zugeführt wurde, die zur Erreichung einer bestimmten, in unserem Falle 0,35 betragenden Dichtigkeit genügt. Hieraus ergeben sich einige naheliegende theoretische Folgerungen.

Hannover, 16. März 1905.
Physik. Inst. d. Techn. Hochsch.

(Eingegangen 12. April 1905.)

BESPRECHUNGEN.

Frank H. Bigelow, Studies on the circulation of the atmospheres of the sun and of the earth. 4. IV und 44 Seiten. Washington, Weather Bureau. 1904.

Unter diesem Titel hat Bigelow eine Reihe interessanter Untersuchungen zusammengefasst, die bereits in „Monthly Weather Review" veröffentlicht sind. Sie behandeln verschiedene, aber doch verwandte Probleme der kosmischen Meteorologie. Aus der Häufigkeit der Sonnenprotuberanzen schließt der Verfasser auf einen merkwürdigen Zusammenhang zwischen Auftreten von Protuberanzen und Vorgängen in der Lufthülle der Erde. An Stelle der Kanaltheorie, deren Anwendung sich häufig Schwierigkeiten in den Weg stellen, wird eine Theorie der allgemeinen Bewegung der Atmosphäre gegeben, die auch auf die Atmosphäre der Sonne und der Planeten ausgedehnt wird. Eine Abhandlung ist speziell der Untersuchung der Sonnenatmosphäre auf Grund der thermodynamischen Formeln gewidmet. Die übrigen Teile beschäftigen sich mit der Bewegung der oberen Luftschichten der Erde. Wenn auch die Ausführungen des verdienten amerikanischen Gelehrten nicht immer Beistimmung finden dürften, so werden sie dem Leser doch mannigfache Anregung bieten. E. Przybyllok.

(Eingegangen 3. März 1905.)

A. Fuhrmann, Aufgaben aus der analytischen Mechanik. Übungsbuch und Literaturnachweis für Studierende der Mathematik, Physik, Technik u. s. w. In 2 Teilen. 1. Teil: Aufgaben aus der analytischen Statik fester Körper. 3. verb. u. verm. Aufl. gr. 8. XII u. 206 S. mit 34 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1904. Gebunden in Leinen M. 3.60.

Der beste Beweis für die Brauchbarkeit dieser für Anfänger bestimmten Aufgabensammlung ist wohl der Umstand, daß sie noch jetzt 38 Jahre nach ihrem ersten Erscheinen wieder eine neue Auflage erlebt. Dieselbe ist der vorigen gegenüber durch Aufnahme neuer Beispiele um ca. 70 Seiten vermehrt worden.

Herglotz.

(Eingegangen 6. März 1905.)

V. Fischer, Vektordifferentiation und Vektorintegration. gr. 8. V u. 82 S. mit 20 Fig. Leipzig, Joh. A. Barth. 1904. 3 M.

Da das Kommutationsgesetz der Multiplikation für Quaternionen nicht gilt, besitzen die Funktionen derselben keinen Diff.-Quot. im Sinne der der komplexen Größen. Gleiches gilt von den Vektorfunktionen. Der Verf. stellt nun den Diff.-Quot. analoge Bildungen für Vektorgrößen auf und sucht dann physikalische Formen wie die Spannungsgrössen eines elastischen Mediums in diese einzukleiden. Daß hierdurch für diese wohlbekannten Dinge, die längst, hauptsächlich von geometrischer Seite her, feste Form und begriffliche Deutung erhalten haben, irgendein Gewinn resultiert, kann Ref. nicht behaupten. Oder ist etwa „das Wesen des Gaußschen und Stokesschen Integralsatzes", das ist also doch die Identität: $a_n - a_0 = \sum_1^n (a - a_{i-1})$ „klarer zu erkennen" durch Einführung von Vektorintegration und „konstanten und veränderlichen Funktionen"?

Herglotz.

(Eingegangen 6. März 1905.)

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Es habilitierten sich: Dr. Karl Fries an der Universität Marburg für Chemie, Dr. Alfred Benrath an der Universität Königsberg für Chemie.

Dr. Max Dehn, Privatdozent an der Universität Münster, wird im Sommer an der Kieler Universität mathematische Vorlesungen halten.

Eine neue Aufgabe für den Adamspreis der Universität Cambridge wird für 1905 ausgeschrieben: „Die Ungleichheiten in der Mondbewegung, die auf eine unmittelbare Wirkung der Planeten zurückzuführen sind." Die Arbeiten sind bis zum 16. Dezember 1906 an den Vizekanzler der Universität einzureichen. Der Preis hat einen Wert von 4500 M.

Für die Redaktion verantwortlich Privatdozent Dr. Emil Bose in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.